



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DA SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ EM
UM SECADOR DE BANDEJAS VIBRADAS**

DIOGO RODRIGUES DE REZENDE

Uberlândia – MG
2011



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA



Modelagem e simulação da secagem de frutos de café em um secador de bandejas vibradas

Diogo Rodrigues de Rezende

Orientadores:

Luís Cláudio Oliveira Lopes

José Roberto Delalibera Finzer

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Uberlândia – MG

2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

R467m Rezende, Diogo Rodrigues de, 1981-
Modelagem e simulação da secagem de frutos de café em um secador
de bandejas vibradas / Diogo Rodrigues de Rezende. - 2011.
115 f. : il.

Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes
Coorientador: José Roberto Delalibera Finzer

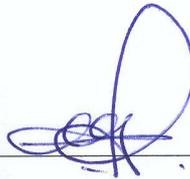
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia química - Teses. 2. Café - Secagem - Teses. 3. Modelos matemáticos - Teses. 4. Simulação (Computadores) - Teses. I. Lopes, Luís Cláudio Oliveira. II. Finzer, José Roberto Delalibera. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. IV. Título.

CDU: 66.0

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA, EM 31 DE OUTUBRO DE 2011.

BANCA EXAMINADORA



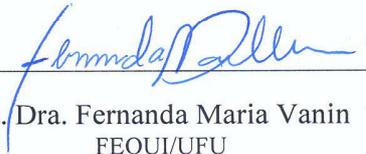
Prof. Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes
Orientador (PPGEQ/UFU)



Prof. Dr. José Roberto Delalibera Finzer
Orientador (PPGEQ/UFU)



Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato
FEQUI/UFU



Profa. Dra. Fernanda Maria Vanin
FEQUI/UFU



Profa. Dra. Marília Assunta Sfredo
IRFS - CAMPUS ERECHIM

A minha família pelo apoio aos estudos que tive em toda a minha vida. A minha mulher Aline pelo amor, apoio e paciência.

AGRADECIMENTOS

Eu começo agradecendo ao Professor Dr. José Roberto Delalibera Finzer, pela orientação, pela ajuda, pelo apóio, pela amizade e compreensão durante a realização deste trabalho.

Ao Professor Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes, pela orientação, pela oportunidade, incentivo, pela amizade e por estar sempre disposto a marcar as reuniões nos horários mais incomuns.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Química da UFU, pela participação fundamental na minha formação desde a graduação.

À minha mulher, Aline, pelo carinho, atenção, ajuda, amor, compreensão e presença.

À minha mãe, Iolanda, pelo carinho, atenção, ajuda e orações que com certeza ajudaram na finalização deste longo trabalho.

Ao meu pai, Vilmar, pelo apoio e incentivo em todos os momentos de minha vida.

Aos meus irmãos, Sandra, Raquel, Daniel, Luíza e à minha família.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xi
NOMENCLATURAS	xiv
RESUMO	xix
ABSTRACT	xxi
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 – Introdução	5
2.2 – Fundamentos Teóricos da Operação de Secagem de Grãos	8
2.2.1 – Conteúdo de Umidade	9
2.2.2 – Transferência de Massa e Calor na Secagem de Grãos	10
2.2.3 – Encolhimento de Grãos na Secagem	12
2.2.4 – Influência da Vibração na Secagem	13
2.3 – Secadores	15
2.3.1 – Secagem em Secadores Vibrados	16
2.3.2 – Descrição e Funcionamento do Secador de Bandejas Vibradas	17
2.4 – Modelos Matemáticos de Secagem que Incluem o Encolhimento	19
2.4.1 – Balanço de Massa	21
2.4.2 – Balanço de Energia	24
2.4.3 – Encolhimento	25
CAPÍTULO 3 – PROPRIEDADES TERMO-FÍSICAS DOS FRUTOS DE CAFÉ	29
3.1 – Densidade <i>Bulk</i> dos Frutos de Café	29
3.2 – Densidade Absoluta dos Frutos de Café	31
3.3 – Calor Específico dos Frutos de Café	33
3.4 – Condutividade Térmica dos Frutos de Café	35
3.5 – Coeficiente de Difusão Molecular da Água nos Frutos de Café	37
3.6 – Atividade da Água dos os Frutos de Café	39
3.7 – Calor Latente de Evaporação da Água nos Frutos de Café	41
3.8 – Viscosidade Dinâmica do Ar	43
CAPÍTULO 4 – ADIMENSIONAIS NA SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ EM SECADOR DE BANDEJA VIBRADA	45
4.1 – Introdução	45
4.2 – Análise Dimensional	46
4.2.1 – O Teorema de Buckingham	47
4.2.2 – Análise dimensional para identificar as variáveis que governam o sistema aplicando-se o Teorema de Buckingham: secagem dos frutos de café	48
4.3 – Adimensionais na Secagem de Frutos de Café	51

4.3.1 – Resultados Obtidos	54
CAPÍTULO 5 – MODELAGEM E SIMULAÇÃO DA SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ	61
5.1 – Propriedades Termo-físicas Seleccionadas do Fruto de Café	61
5.2 – Propriedades Físicas do Ar de Secagem.....	62
5.3 – Modelos Matemáticos de Transferência de Massa e Energia no Fruto de Café.....	64
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO E SUGESTÕES	95
6.1 – Quanto ao Número de Nusselt Correlacionado	95
6.2 – Quanto ao Resultado do Modelo de Arrieche (2007).....	95
6.3 – Quanto ao Resultado do Modelo de Hussain e Dincer (2003)	95
6.4 – Quanto ao Resultado do Modelo de Chemkhi et. al. (2005) Modificado.....	96
6.5 – Quanto ao Método Numérico Adotado	96
CAPÍTULO 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICE A – ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES DOS FRUTOS DE CAFÉ	107
A.1 Estimativa da Densidade absoluta do Fruto de Café	107
A.2 Estimativa do Calor Específico dos Frutos de Café	108
A.3 Estimativa da Condutividade Térmica dos Frutos de Café	108
APÊNDICE B – MÉTODOS DOS RESÍDUOS PONDERADOS	110
B.1 Métodos dos Resíduos Ponderados.....	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Estimativa na distribuição da produção nacional de café.	1
Figura 1.2 – Cronologia dos trabalhos de secagem de café desenvolvidos na FEQUI/UFU.	2
Figura 2.1 – Estrutura do fruto de Café (Sfredo, 2002).	6
Figura 2.2 – Frutos de café cereja e verde.	7
Figura 2.3 – Sementes de Café.	7
Figura 2.4 – Semente de café torrado.	8
Figura 2.5 – Curva da taxa de secagem (SFREDO, 2006).	10
Figura 2.6 – Esquema de quatro tipos básicos de secadores convectivos (SFREDO, 2002). .	16
Figura 2.7 – Esquema do secador de bandejas vibradas com reciclo (vista frontal).	18
Figura 3.1 – Comportamento da densidade <i>bulk</i> do fruto e da semente de café em sua secagem.	30
Figura 3.2 – Comportamento da densidade absoluta do fruto de café em função do conteúdo de umidade.	32
Figura 3.3 – Comportamento do calor específico do fruto de café em função do conteúdo de umidade.	34
Figura 3.4 – Comportamento da condutividade térmica <i>bulk</i> do café em função do conteúdo de umidade.	36
Figura 3.5 – Comportamento da difusividade molecular (Equação (2.19)) em função do conteúdo de umidade.	38
Figura 3.6 – Comportamento da difusividade molecular no fruto de café com a variação do conteúdo de umidade.	39
Figura 3.7 – Comportamento da atividade de água para os frutos de café com a umidade. ...	41
Figura 3.8 – Comportamento do calor latente de evaporação da água no fruto de café para as temperaturas de 20, 30 e 40 °C da Equação (3.22).	42
Figura 3.9 – Comportamento do calor latente de evaporação da água no fruto de café como função do seu conteúdo de umidade.	43

Figura 3.10 – Comportamento da viscosidade dinâmica do ar com a temperatura.....	44
Figura 4.1 – Comportamento do coeficiente de transferência de calor em função do conteúdo de umidade do fruto de café.	55
Figura 4.2 – Comparação das correlações de transferência de calor gás-partícula para bandejas vibro-fluidizadas e bandejas fluidizadas.....	56
Figura 4.3 – Valores obtidos de Nusselt e Reynolds para valores constantes do adimensional de vibração (Equação (4.33)).	57
Figura 4.4 – Valores obtidos de Nusselt e adimensional de vibração para valores constantes de número de Reynolds (Equação (4.33)).	58
Figura 4.5 – Comportamento do número de Nusselt em função do conteúdo de umidade do fruto de café.	58
Figura 5.1 – Perfil de umidade local no fruto de café em função do raio após diferentes horas de secagem.....	72
Figura 5.2 – Perfil de umidade em relação ao tempo variando os pontos internos do fruto de café.....	73
Figura 5.3 – Comparativo entre os valores experimentais e do Modelo 1 do perfil de umidade média do fruto de café variando o tempo.	74
Figura 5.4 – Valores dos dados experimentais do perfil da temperatura média do fruto de café durante a secagem.....	74
Figura 5.5 – Simulação da secagem do fruto de café variando a temperatura do ar de secagem e umidade relativa do ar.....	75
Figura 5.6 – Perfil de umidade local no fruto de café em função do raio para cada tempo de secagem.	81
Figura 5.7 – Perfil de umidade em relação ao tempo variando os pontos internos do fruto de café.....	82
Figura 5.8 – Perfil da temperatura local do fruto de café com o tempo.	82
Figura 5.9 – Comparativo do perfil da temperatura média do fruto de café em função do tempo de secagem dos Modelos 1, 2 e dos dados experimentais de Sfredo (2006).....	83
Figura 5.10 – Comparativo entre os valores experimentais obtidos por Sfredo (2006) e os valores simulados a partir dos Modelos 1 e 2.....	84
Figura 5.11 – Simulação da secagem do fruto de café variando a temperatura do ar de secagem e umidade relativa do ar.....	84

Figura 5.12 – Comportamento do perfil transiente de temperatura para a secagem do fruto de café para os três modelos simulados junto com os dados experimentais de Sfredo (2006). 92

Figura 5.13 – Comportamento do perfil transiente de conteúdo de umidade para a secagem do fruto de café. 93

Figura 5.14 – Comportamento do perfil transiente de conteúdo de umidade para a secagem do fruto de café com difusividade mássica corrigida para equilíbrio. 94

NOMENCLATURAS

a_{vs}	Razão entre o volume do fruto e a área da superfície	[m]
a_p	Área superficial específica dos frutos de café	[cm ² /g]
a_w	Atividade da água	[-]
a_1, a_2	Coefficientes da atividade da água para Equação (3.21)	[-]
A	Parâmetro adimensional da Equação (5.24)	[m]
A	Amplitude vibracional	[m]
A_{fc}	Área superficial do fruto de café	[m ²]
$A_{j,i}$	Elementos das matrizes da primeira derivada, Equação (5.33)	[-]
A_t	Área da seção transversal do secador	[m ²]
Ar	Número de Arquimedes	[-]
$B_{j,i}$	Elementos das matrizes da segunda derivada, Equação (5.34)	[-]
Bi	Número de Biot	[-]
Bi_m	Número de Biot de massa, Equação (5.14)	[-]
C	Concentração volumétrica	[g/m ³]
Co	Número de Condensação	[-]
C_s	Concentração do sólido seco no material úmido (Eq. (2.16))	[kg/m ³]
C_p	Calor específico	[kJ/kg.K]
d	Diâmetro médio da amostra	[m]
D	Difusividade mássica	[m ² /s]
D_a	Difusividade mássica (Equação (5.18))	[ft ² /h]
D_f	Difusividade efetiva ao atingir a umidade de equilíbrio (X_e)	[m ² /s]
$E_{j,i}$	Variável da Equação (5.37)	[-]
e	Encolhimento da amostra	[-]
F	Força	[M.L/t ²]
F	Variável da Equação (5.76)	[-]
f	Variável da Equação (5.90)	[kg/s.m]
Fr	Número de Froude	[-]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]

G	Derivada da função f em relação a umidade do fruto de café	[kg/s.m]
G_{ar}	Fluxo mássico do ar de secagem	[kg/m ² .s]
G_v	Taxa de geração de calor	[kJ/m ² .min]
H	Massa de café úmido ao longo de toda secagem	[kg café úmido]
H	Derivada da função f em relação a umidade do fruto de café, Equação (5.94)	[kg café úmido]
H_0	Massa inicial de café úmido para a secagem	[kg café úmido]
h	Entalpia	[kJ/kg]
h_c	Coefficiente de transferência de calor	[J/s.m ² .K]
h_m	Coefficiente de transferência de massa por convecção	[m/s]
h_s	Entalpia específica da fase sólida	[J/kg]
j_m	Fluxo mássico difusivo	[kg/s.m ²]
k_p	Coefficiente de partição média	[-]
K_{sec}	Constante de secagem	[1/s]
K	Condutividade térmica	[J/s.m.K]
L	Comprimento característico	[m]
Le	Número adimensional de Lewis	[-]
M	Peso molecular	[kg/mol]
M_j	Variável da Equação (5.37)	[]
m	Massa	[kg]
\dot{m}_{sup}	Fluxo mássico água evaporada	[kg/m ² .h]
N_w	Taxa de secagem	[kg/m ² .h]
Nu	Número de Nusselt	[-]
P	Pressão	[Pa]
P_{atm}	Pressão do ar de secagem	[atm]
p^{vap}	Pressão de vapor da água	[Pa]
p_{vap}^{sat}	Pressão de vapor saturado da água	[Pa]
Pe	Número de Peclet	[-]
Pr	Número de Prandtl	[-]
Q_j	Variável da Equação (5.38)	[kg/min]
Q_{ar}	Vazão mássica do ar de secagem	[kg/min]
q	Fluxo de calor	[J/s.m ²]
r	Coordenada radial (Equação (5.8))	[m]
r	Raio médio do sólido	[m]

r	Posto (<i>rank</i>) da matriz adimensional	[-]
R	Raio externo da esfera	[m]
Re	Número de Reynolds	[-]
R_g	Constante universal dos gases	[Pa.m ³ /mol.K] = = [J/mol.K]= = [N.m/mol.K]
R_v	Constante da água	[J/kg água.K]
R_{ss}	Raio externo da esfera de sólido seco	[m]
S	Massa total dos frutos de café seco	[kg café seco]
Sc	Número de Schmidt	[-]
Sh	Número de Sherwood	[-]
t	Tempo	[h]
t_{ad}	Adimensional do tempo, Equação (5.53)	[-]
T	Temperatura	[°C]
T_R	Temperatura do ar de secagem em Rankine	[R]
u_{ar}	Velocidade superficial do ar de secagem	[m/s]
U	Conteúdo de umidade da amostra, base úmida	[kg água / kg sólido úmido]
u	Deslocamento da fase sólida	[m]
u	Coordenada radial adimensional, Equação (5.26)	[-]
U_S	Velocidade de contração do sólido (Equação (2.16))	[m/s]
UR	Umidade relativa do ar de secagem	[%]
v	Velocidade do fluido	[m/s]
v_S	Velocidade de deslocamento da fase sólida	[m/s]
V	Volume médio do sólido	[m ³]
V_{esf}	Volume da esfera	[m ³]
\ddot{x}	Aceleração vibracional	[m/s ²]
X	Conteúdo de umidade, base seca	[kg água / kg sólido seco]
X^*	Adimensional do conteúdo de umidade, base seca	[-]
X_n^w	Fração mássica de cada componente	[-]
Y	Conteúdo de umidade no ar de secagem, base seca	[kg água / kg ar seco]
Letras Gregas		
α	Difusividade térmica	[m ² /s]
β	Coefficiente de encolhimento do sólido	[-]

β	Variável da Equação (5.10)	[1/s]
γ	Variável da Equação (5.9)	[s]
Γ	Número adimensional de vibração	[-]
δ	Espessura da amostra	[m]
ε	Porosidade do sólido	[-]
ζ	Coordenadas lagrangiana, Equação (2.24)	[m]
θ	Adimensional da temperatura	[-]
λ_s	Valor de vaporização da água no sólido	[kJ/kg]
μ	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
ν	Viscosidade cinemática	[m ² /s]
ξ	Coordenada radial adimensional, Equação (5.8)	[-]
ρ	Densidade	[kg/m ³]
τ	Tempo adimensional	[-]
Ψ	Razão de umidade média, Equação (5.6)	[-]
ω	Frequência angular	[1/s]

Super e Subscritos

A	Espécie A
a	Água
ar	Ar
b	Fase adsorvida (Equação (2.18))
b	<i>Bulk</i>
bu	Bulbo úmido
cr	Crítica
e	Equilíbrio
vap	Vapor de água
l	Fase líquida
g	Fase gasosa
m	Valor médio
n	Parâmetro Equação (2.26)
i	Posição i
s	Sólido, fase sólida
ss	Sólido Seco
0	Valor inicial
sup	Superfície do sólido
cr	Crítico

<i>fc</i>	Fruto de café
<i>LVF</i>	Leito vibro-fluidizado
<i>ST</i>	Leito Estático
<i>p</i>	Partícula
<i>r</i>	Real
<i>v</i>	Vapor

RESUMO

A Faculdade de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia vem desenvolvendo estudos de expressão na área de secagem dos frutos do café utilizando secador de bandejas vibradas com reciclo. Dentre os trabalhos desenvolvidos destaca-se o de Sfredo (2006), que fez o estudo da dispersão do fruto de café no secador descrito inicialmente. Os dados da secagem de frutos de café obtidos por Sfredo (2006), que efetuou uma descrição detalhada de seus planejamentos experimentais, foram utilizados como base para aplicação de modelos matemáticos que possam simular adequadamente a secagem de frutos de café em secadores de bandejas vibradas com reciclo. A utilização de modelos matemáticos na secagem de frutos de café possibilita a simulação do processo de secagem considerando-se a influência das variáveis relevantes no processo. Para a modelagem e simulação dos modelos matemáticos foi feita uma revisão na literatura das propriedades termo-físicas dos frutos de café, que são requeridas para a representação precisa da cinética de secagem, e importantes na simulação e projeto de secadores. Posteriormente realizou-se um estudo de análise dimensional no qual foram identificados números adimensionais relevantes na secagem e utilizados na simulação do processo. Foram selecionados três modelos matemáticos (Arrieche, 2007; Hussain e Dincer, 2003; Chemkhi et al. 2005) no intuito de se comparar os resultados das simulações entre si e com os obtidos por Sfredo (2006). Os modelos avaliados são capazes de calcular a umidade e a temperatura em várias coordenadas internas dos frutos de café. Nestas simulações foram feitas mudanças de variáveis e aplicação do método de colocação ortogonal para a solução das equações diferenciais parciais utilizadas nos modelos. Os resultados obtidos mostram que os três modelos representaram adequadamente o processo de secagem dos frutos de café em bandejas vibradas.

Palavras-Chave: Secagem, Café, Simulação, Método de Colocação Ortogonal, Análise Dimensional.

ABSTRACT

The School of Chemical Engineering, Federal University of Uberlândia has been conducting studies of expression in the drying of coffee fruits using vibrated tray dryer with recycle. Among the work carried it is emphasized of Sfredo (2006), who did the study of dispersion in the coffee fruit dryer described initially. Data from the drying of coffee fruits obtained by this author, who conducted a detailed description of their experimental designs were used as the basis for application of mathematical models that can properly simulate the drying of coffee fruits in vibrated tray dryer with recycle. The use of mathematical models for drying of coffee fruits provide the simulation of the drying process considering the influence of relevant variables in the process. For modeling and simulation of mathematical models was made a literature review of thermo-physical properties of coffee fruits, which are required for accurate representation of the drying kinetics, and important in the simulation and design of dryers. A study of dimensional analysis was elaborated in which they were identified in the relevant dimensionless numbers used in drying and process simulation. There was selected three mathematical models (Arrieche, 2007, Hussain and Dincer, 2003; Chemkhi et al. 2005) in order to compare the results of simulations among themselves and with those obtained by Sfredo (2006). The models evaluated are able to calculate humidity and temperature of several internal coordinates to the fruits of coffee. In these simulations were changes of variables and applying the method of orthogonal collocation for the solution of partial differential equations used in the models. The results show that the three models adequately represented the drying of coffee fruits in trays vibrated.

Keywords: Drying, Coffee, Simulation, Orthogonal Collocation Method, Dimensional Analysis

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O Brasil é o maior produtor e exportador de café (OIC, 2011a), sendo este o terceiro produto mais exportado do Brasil (MAPA, 2011). A primeira estimativa de produção de café (arábica e conilon) para 2011 indica que o país deverá colher entre 41,89 e 44,73 milhões de sacas de 60 quilos do produto, sendo o estado de Minas Gerais (Figura 1.1) o maior produtor de café do Brasil, com 50,7% da produção nacional (CONAB, 2011).

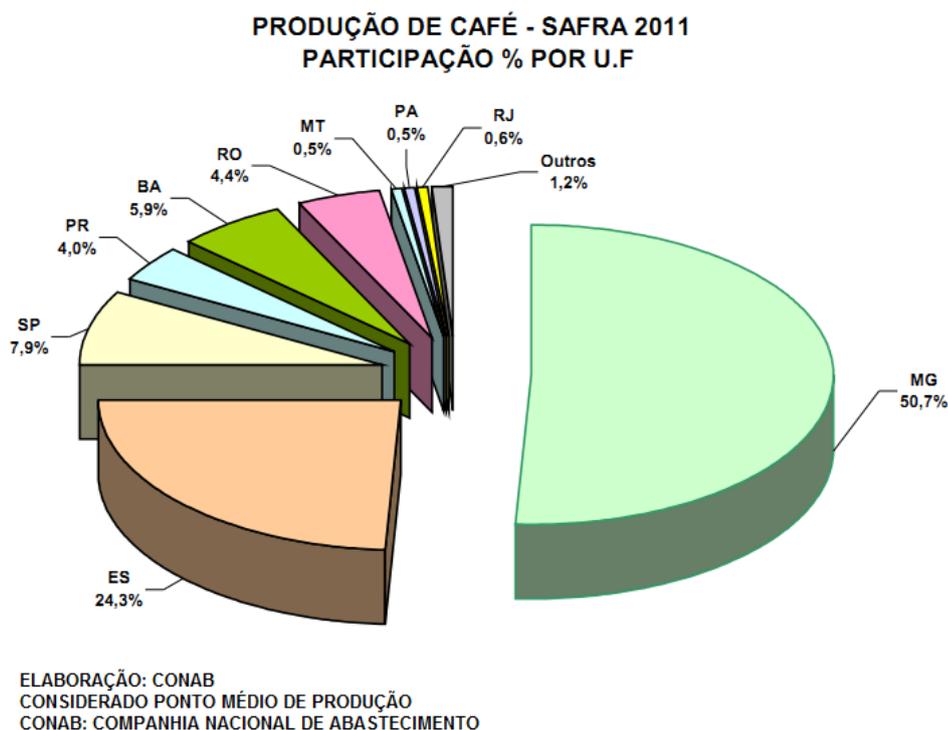


Figura 1.1 – Estimativa na distribuição da produção nacional de café.

No processamento dos frutos de café, a operação de secagem é uma etapa fundamental. Em muitas fazendas produtoras de café, do Brasil, a secagem é realizada em terreiros, com pouca mecanização, ocupando uma extensa área, dependendo das condições climáticas e demandando muita mão-de-obra para garantir uma secagem segura e que propicie

um fruto de café de qualidade. Outro item também que deve ser considerado na secagem tradicional é o risco de contaminação, que é maior com a secagem ao sol. Esses problemas podem ser eliminados com a secagem artificial (SFREDO, 2006).

No entanto, a secagem artificial necessita de grande quantidade de energia, e requer cuidados com a temperatura, não devendo ultrapassar 45 °C, para não prejudicar a qualidade do café (SFREDO, 2002). Então, equipamentos que possibilitem eficiente transferência de calor e massa são necessários para se garantir um consumo mínimo de energia e assegurar a boa qualidade do café.

Os estudos sobre a secagem de café na Universidade Federal de Uberlândia iniciaram-se em 1995 (Figura 1.2), quando foi desenvolvida uma dissertação de mestrado por Menezes (1996), determinando-se os parâmetros operacionais adequados à secagem, como a velocidade e a temperatura do ar, assim como a taxa de escoamento de café pergaminho, utilizando um vibrador mecânico para efetuar o deslizamento das partículas.

Na segunda etapa foi implementado um sistema automático de recirculação dos frutos de café, consistindo em um elevador de canecas, tendo sido desenvolvida uma segunda Dissertação de Mestrado por Freitas (1998). Nas duas etapas foram efetuadas quantificações do tempo de secagem para se obter a umidade requerida para a armazenagem do café.

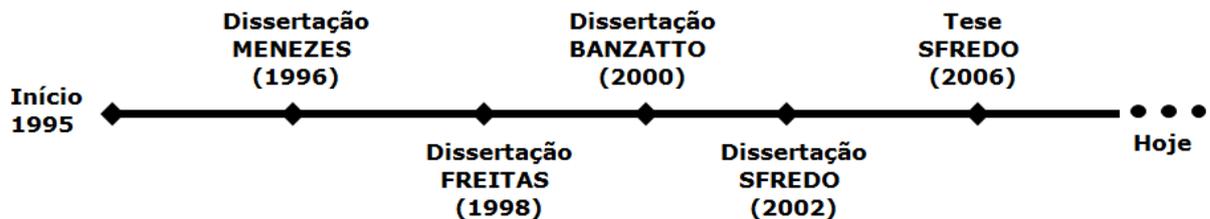


Figura 1.2 – Cronologia dos trabalhos de secagem de café desenvolvidos na FEQUI/UFU (Faculdade de Engenharia Química - Universidade Federal de Uberlândia).

Na terceira etapa, desenvolvida por Banzatto (2000) em sua dissertação de mestrado, foi implementado um sistema de vibração eletromagnético para controlar a taxa de escoamento do café no interior do secador, como o objetivo de se conseguir um controle mais efetivo da secagem, além da obtenção de parâmetros de engenharia de processo, requeridos para efetuar o projeto ou a mudança de escala de secadores.

A quarta etapa, desenvolvida por Sfredo (2002) em sua dissertação de mestrado, consistiu no processamento dos frutos de café cereja em secador de leito fixo, com e sem vibração nas bandejas, com o intuito de analisar o efeito da vibração na qualidade dos frutos e da bebida, pela prova da xícara.

O quinto trabalho desenvolvido novamente por Sfredo (2006) em sua tese de doutorado objetivou o aperfeiçoamento de um secador de bandejas vibradas operando em batelada, com sistema de reciclo dos frutos de café e, estudo da dispersão, que incluiu a determinação dos tempos de residência das partículas, do coeficiente de dispersão e do número de Péclet, relacionando esses parâmetros com a intensidade vibracional aplicada às bandejas do secador e ao conteúdo de umidade dos frutos de café.

Com base na grande quantidade de dados e informações obtidas nos trabalhos anteriores e principalmente no de Sfredo (2006) teve-se a concepção, para o atual trabalho, de aplicação de modelos matemáticos tendo como objetivo principal a simulação adequada da secagem de frutos de café em secadores de bandejas vibradas. A utilização desses modelos matemáticos na secagem de produtos agrícolas é de fundamental importância, pois torna-se possível a simulação da operação de secagem e com isso a determinação da influência das variáveis nesta operação.

Foram selecionados três modelos matemáticos (Arrieche, 2007; Hussain e Dincer, 2003; Chemkhi et al. 2005) e com o intuito de se comparar os resultados das simulações entre si e com os dados obtidos por Sfredo (2006), foram adaptados ao problema de interesse. Sendo que para cada modelo, quando não indicadas diferentemente, foram consideradas as mesmas hipóteses selecionadas por estes autores, porém com as propriedades termo-físicas do fruto de café e os parâmetros de secagem utilizados por Sfredo (2006).

A dissertação apresenta a seguinte estrutura: no Capítulo 2 reportam-se as principais espécies e variedades de café comercializadas no Brasil e no mundo. E em seguida, é apresentada uma revisão sobre os fundamentos teóricos da operação de secagem de frutos em geral e especificamente do café, é descrito também os tipos de secadores mais utilizados para os estudos de secagem de frutos, dentre eles o secador de bandejas vibradas. Por fim, um estudo sobre modelos matemáticos utilizados para a secagem de frutos em secadores. Com isso, procurou-se utilizar as informações disponíveis para gerar conhecimento sobre aplicabilidade de modelos na simulação do processo de secagem de frutos de café. O Capítulo 3 apresenta correlações obtidas por pesquisadores sobre as propriedades físico-químicas do fruto de café, e selecionadas as correlações que melhor descrevem estas propriedades. A seleção adequada permite a obtenção da descrição mais eficiente do processo. No Capítulo 4 é realizado estudo sobre os números adimensionais que influenciam na secagem de frutos de café em secadores de bandejas vibradas com reciclo, sendo desenvolvida neste capítulo a análise dimensional do sistema de secagem para frutos de café, que é de grande aplicabilidade na determinação do grau de importância das variáveis na operação de secagem. O estudo

possibilitou obter uma correlação do número de Nusselt em função do número de Reynolds, do adimensional de vibração e do conteúdo de umidade do fruto de café.

Após ter feito uma revisão dos diversos tipos de modelos matemáticas utilizados para secagem de frutos, no Capítulo 5 são descritos os modelos e as hipóteses utilizadas na modelagem e simulação da secagem de café em secadores de bandejas vibradas com reciclo, com a modelagem matemática fenomenológica baseada nos princípios de conservação de massa e de energia. As conclusões e sugestões são apresentadas no Capítulo 6.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – Introdução

O cafeeiro é uma planta dicotiledônea, da família das Rubiáceas. As duas espécies de importância comercial são *Coffea arabica* (“que é a mais cultivada no mundo por sua excelente qualidade e sabor”) e *Coffea canephora* ou *Coffea robusta* (“sendo mais conhecida como robusta”) (CONAB, 2011).

O Café Arábica (*Coffea arabica*) possibilita cafés de melhor qualidade, mais finos, requintados e de aroma intenso. Tem frutos de cor esverdeada, é cultivada em regiões com altitude acima de 800 m e é originário do Oriente, resultado de seu nome (HALAL, 2008). Atualmente as duas variedades arábicas mais cultivadas são Mundo Novo e Catuaí.

Originário da África o Café Robusta (*Coffea robusta*) tem um trato mais rude e pode ser cultivado ao nível do mar (“altitudes mais baixas”) (COVRE et al., 2011). Apesar de menos valorizado economicamente, tem grande aceitação no mercado norte-americano e europeu. Isso se deve principalmente ao fato de ser utilizado na fabricação de café solúvel, por possuir mais substâncias solúveis, açúcares e cafeína, em comparação ao café arábica. O Conillon (*Coffea conillon*) é uma das variedades mais cultivadas da espécie robusta. A produtividade dessa variedade é considerada boa.

A casca do fruto (o pericarpo) é grossa e amarga. Entretanto, a fruta sob ela (o mesocarpo) é intensamente doce e tem a textura de uma uva. A seguir vem o parênquima (camada de pectina), uma camada viscosa, com aspecto de mel, que ajuda a proteger os grãos. Os grãos são recobertos por uma capa que se parece com um pergaminho chamada endocarpo. Este protege os dois grãos de café verde-azulados (endosperma) que são cobertos ainda por outra membrana chamada espermoderma ou película prateada. A seguir são mostrados algumas características de café conhecidos comercialmente (HALAL, 2008).

A Figura 2.1 apresenta a estrutura do fruto de café.

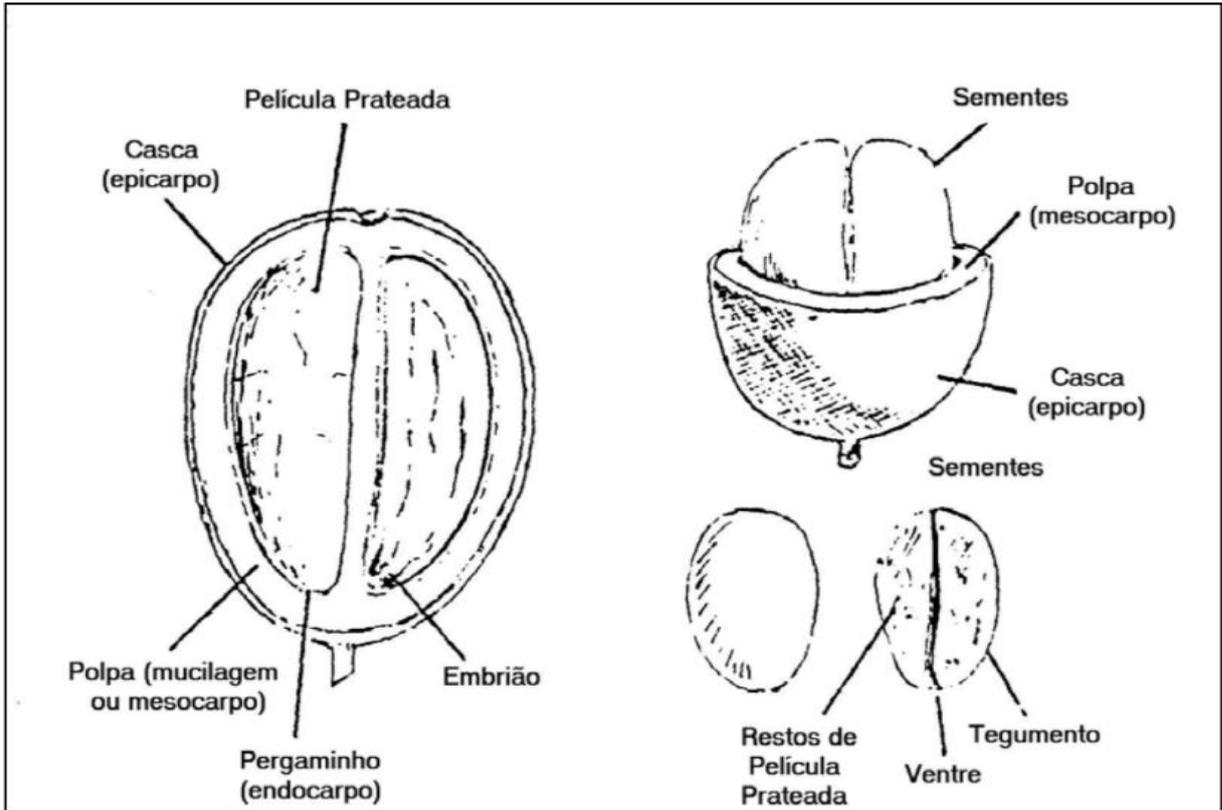


Figura 2.1 – Estrutura do fruto de Café (Sfredo, 2002).

Aspectos do café citados na literatura (OIC, 2011b):

Frutos de café verde (*green coffee*): é o fruto de café que ainda não está em estado de maturação para ser colhido (de cor verde). Pode ser utilizado como ingrediente de preparação de produtos cosméticos e farmacêuticos com cremes e óleos para pele (Figura 2.2).

Frutos de café cereja (*cherry coffee*): são os frutos que adquirem a cor vermelho brilhante quando estão maduros e maturados para a colheita (Figura 2.2).

Semente de café (*coffee beans ou coffee berry*): é o fruto de café que teve todas as suas camadas removidas, permanecendo apenas a semente de café. Condição muito utilizada principalmente na Colômbia na secagem, devido a sua área de ocupação reduzida e a maior facilidade de secagem do grão já que foram retiradas as camadas superiores, que dificultam o processo de secagem do grão (Figura 2.3).

Café pergaminho ou café descascado (*coffee in parchment*): fruto no qual foi removido sua casca e a polpa, mas que ainda é mantida a fina película que recobre a semente do café.

Café desmucilado: fruto no qual foi removida sua casca, a polpa e a mucilagem, mecanicamente.

Semente de café torrado (*toasted coffee* ou *roasted coffee*): é a semente de café que foi submetida à elevação progressiva e rápida da temperatura (Figura 2.4).



Figura 2.2 – Frutos de café cereja e verde (Fonte: <<http://www.illy.com/wps/wcm/connect/it/illy/cultura-del-caffe/origine-e-miscela/la-fioritura>>, acesso em 04/10/11).

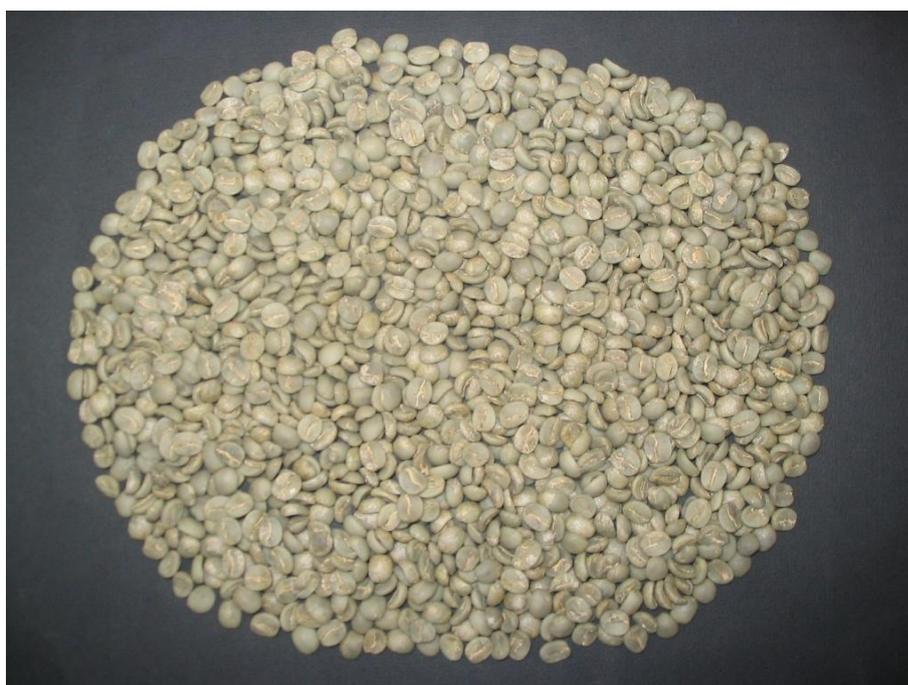


Figura 2.3 – Sementes de Café (Fonte: <http://portal.acs.org/portal/acs/corg/content?_nfpb=true&_pageLabel=PP_ARTICLEMAIN&node_id=223&content_id=CNBP_024878&u>

se_sec=true&sec_url_var=region1&__uid=fb2c6f35-2029-4f4f-8dff-75727da48489>, acesso em 08/11/11).



Figura 2.4 – Semente de café torrado (Fonte: <<http://revistaindustria.net/318/consumo-do-cafe-no-brasil-bate-recorde>>, acesso em 08/11/11).

2.2 – Fundamentos Teóricos da Operação de Secagem de Grãos

A secagem é uma das mais antigas e usuais operações unitárias aplicadas nos mais diversos processos usados em indústrias agrícolas, cerâmicas, químicas, alimentícias, farmacêuticas, de papel e celulose, mineral e de polímeros. É também uma das operações mais complexas, devido à dificuldade e deficiência na descrição matemática dos fenômenos envolvidos de transferência simultânea de calor, massa e quantidade de movimento. Assim a secagem é um conjunto de ciência, tecnologia e arte, ou seja, um *know-how* baseado em extensiva observação experimental e experiência operacional (MENON e MUJUMDAR, 1987).

Key (1972) define a secagem como sendo a remoção de uma substância volátil (comumente, mas não exclusivamente, água) de um produto sólido, isto é, a operação na qual a atividade de água de um alimento é diminuída pela remoção da água por vaporização. A água presente no sólido é denominada de umidade. Portanto, a secagem é caracterizada pela evaporação da água do material biológico.

Durante a secagem é necessário fornecimento de calor para evaporar a umidade do material e também deve haver um sorvedor de umidade para remover o vapor d'água, proveniente do material a ser seco.

Na secagem de grãos, normalmente utiliza-se o ar na transferência calor para o material úmido com a finalidade de evaporar e remover a umidade (sorvedor) da superfície do material na forma de vapor de água. A secagem de alimentos é uma operação complexa que envolve a transferência de calor e massa em uma matriz que apresenta higroscopicidade e encolhimento (SFREDO, 2006).

Na secagem por convecção três importantes coeficientes podem ser determinados: o convectivo de transferência de calor, o de transferência de massa e o de difusão da umidade no interior do sólido (SFREDO, 2002).

2.2.1 – Conteúdo de Umidade

Um dos importantes parâmetros do material que será seco é o conteúdo de umidade do produto. Sendo este a proporção entre a massa de água presente no material e a massa de matéria, e pode ser expresso de duas maneiras (BROD, 2003):

- ✓ Base Seca (X) – Em relação à massa seca do produto (kg água / kg massa seca).

$$X = \frac{m_a}{m_{ss}} \quad (2.1)$$

sendo m_{ss} a massa sólido seco; m_a a massa de água contida no produto

- ✓ Base Úmida (U) – Em relação à massa total do produto (kg água / kg massa úmida).

$$U = \frac{m_a}{(m_a + m_{ss})} \quad (2.2)$$

A preservação de um alimento, entre outros fatores, depende da quantidade da água presente no mesmo.

2.2.2 – Transferência de Massa e Calor na Secagem de Grãos

Quando um sólido úmido é seco pelo escoamento do gás aquecido externamente ou internamente ao sólido tem-se a transferência de calor por convecção. O gás aquecido serve para transferir calor para o sólido por convecção e também para remover as substâncias evaporadas (SFREDO, 2006).

A Figura 2.5 apresenta uma curva típica de secagem com mecanismo convectivo.

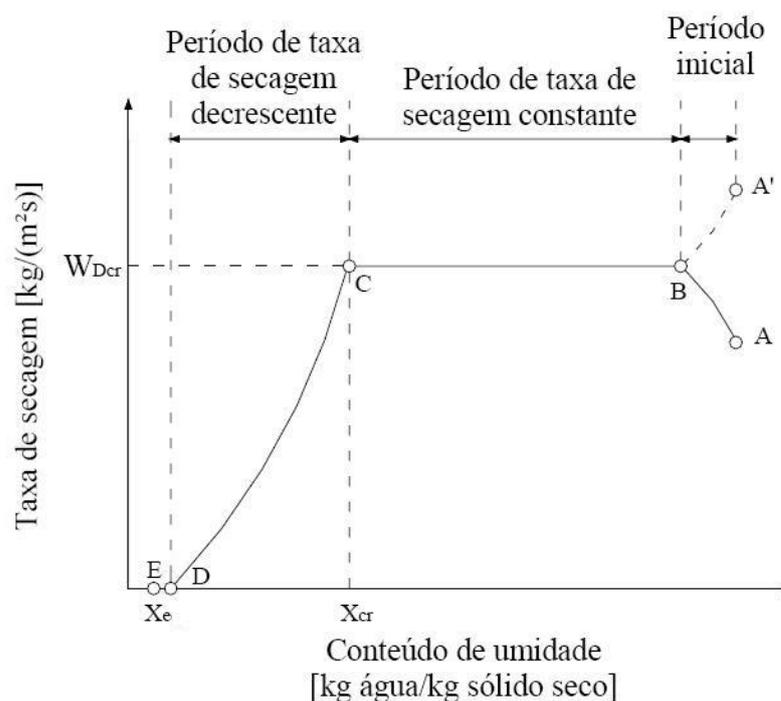


Figura 2.5 – Curva da taxa de secagem (SFREDO, 2006).

A secagem inicia-se com a evaporação superficial da água do sólido úmido. Após um período de aquecimento inicial (curva A-B, Figura 2.5), a taxa de escoamento da água para a superfície é rápida o suficiente para a mesma permanecer saturada, e a taxa de secagem permaneça constante por um período de tempo chamado de período de taxa de secagem constante (segmento B-C).

O período de secagem à taxa constante é associado com a remoção da água não ligada no produto. Neste período, a água comporta-se como se o sólido não estivesse presente. Para materiais porosos, a remoção da água na superfície é compensada pelo suprimento da água do interior do sólido. O período à taxa constante permanece enquanto a água evaporada na superfície for compensada pela água interna (SFREDO, 2006).

Neste período, a taxa de evaporação é similar àquela que ocorre em uma superfície de líquido. Este período, normalmente não tem relevância para materiais biológicos

(SFREDO, 2006), especialmente para secagem em camada fina e com alta taxa de evaporação (CRONIN, 1998).

Durante esse tempo, a transferência de massa é limitada pela camada limite de gás na superfície do sólido. O conteúdo de umidade no qual a taxa de secagem do produto muda de constante para decrescente (curva C-D) é chamado de conteúdo de umidade crítico, X_{cr} .

No conteúdo de umidade crítico a taxa interna de movimento da água não é rápida o suficiente para manter a superfície do sólido saturado, assim a taxa de secagem começa a decrescer. No período de taxa de secagem decrescente, esta assintoticamente aproxima-se do conteúdo de umidade em equilíbrio X_e (segmento D-E) (HARRISON et al., 2003).

A curva da taxa de secagem é influenciada tanto pelo tipo de material a ser seco como pela superfície onde ocorre a transferência de massa.

Quando a pressão parcial da água na superfície do material começa a diminuir, o conteúdo de umidade crítica X_{cr} é alcançado e inicia-se o período de taxa de secagem decrescente.

Para qualquer período de secagem a transferência de massa da água evaporada na superfície do sólido para o gás em escoamento pode ser quantificada da seguinte forma (DISSA et al., 2010):

$$N_w = -\frac{m_{ss}}{A_s} \cdot \frac{dX}{dt} \quad (2.3)$$

sendo N_w a taxa de secagem, m_{ss} é a massa do sólido seco, A_s é a área superficial do material que varia com o encolhimento do sólido e t o tempo.

Quando um sólido úmido é seco unicamente por convecção, o calor é fornecido somente pelo calor sensível do gás de secagem e o líquido evaporado é removido como vapor inserido no gás de secagem em escoamento. O calor admitido pode ser representado pelas Equações (2.4) e (2.5) (SFREDO, 2002).

$$q = \lambda_s \cdot N_w \quad (2.4)$$

sendo q o fluxo de calor e λ_s o calor de vaporização da água no sólido.

O fluxo de calor fornecido q é expresso por:

$$q = h_c \cdot (T_{ar} - T_s^{sup}) \quad (2.5)$$

Combinando as Equações (2.4) e (2.5) tem-se:

$$N_w = \frac{h_c (T_{ar} - T_s^{sup})}{\lambda_s} \quad (2.6)$$

sendo T_{ar} a temperatura do ar, T_s^{sup} a temperatura da superfície do sólido e h_c coeficiente convectivo de transferência de calor.

Substituindo N_w da Equação (2.3) na Equação (2.6) e explicitando o coeficiente h_c , tem-se:

$$h_c = \frac{\left(-\frac{dX}{dt}\right) \cdot m_{ss} \cdot \lambda_s}{A_s \cdot (T_{ar} - T_s^{sup})} \quad (2.7)$$

A temperatura da superfície do sólido no período de taxa de secagem constante é próximo à temperatura de bulbo úmido no qual é definido como temperatura em estado-estacionário do ar em torno de pequena massa de água que é evaporada pelo contato contínuo com ar úmido (HARRISON et al., 2003).

Essa equação possibilita quantificar a taxa de evaporação conhecendo-se o coeficiente de transferência de calor e as temperaturas. Esse coeficiente de transferência de calor tem sido encontrado na faixa de 10 e 100 kcal/m².h.°C (11,63 e 116,3 W/m².s.°C) para convecção forçada dos gases (BIRD, 2002).

2.2.3 – Encolhimento de Grãos na Secagem

Um fenômeno importante na secagem de produtos agrícolas é a contração volumétrica que ocorre durante a secagem. O encolhimento é explicado pelo fato de que a remoção da água durante a desidratação diminui a tensão exercida pelo líquido nas paredes celulares do produto, provocando a contração volumétrica (AFONSO JR, et al., 2003). O encolhimento de produtos vegetais durante a secagem não é função apenas do conteúdo de umidade, mas também, das condições de operação e da geometria do produto, visto que os materiais biológicos porosos que apresentam aspecto esférico contraem-se diferentemente, nas direções longitudinal, tangencial e radial, durante a secagem (CORRÊA et al., 2000). As modificações estruturais do produto, associadas com a alteração na estrutura celular devido à perda de umidade, são causas do encolhimento do café. A desidratação reduz os espaços intracelulares assim, a matéria seca ocupa o lugar que anteriormente era ocupado pela água (AFONSO JR, et al., 2003).

Mayor (2004) destacou alguns fatores que afetam a magnitude do encolhimento, dentre as quais se pode citar o volume de água removida do alimento, a mobilidade da matriz sólida, a taxa de secagem, temperatura do alimento e do ar de secagem, a velocidade do ar de secagem e a umidade relativa do ar.

Na literatura encontram-se diversos trabalhos de secagem de alimentos. Dentre esses se encontram os que não consideraram o encolhimento dos alimentos durante a secagem, como forma de simplificar a modelagem matemática da operação (WHITAKER e YOUNG, 1972; SUAREZ, VIOLLAZ e CHIRIFE, 1980; KIRANOUDIS et. al, 1995; LOPEZ, VIRSEDA e ABRIL, 1995; NSONZI e RAMASWAMY, 1998; CURCIO, 2008). Segundo Afonso Jr. et al. (2003), a desconsideração do fenômeno de encolhimento durante o processo de desidratação é uma das principais fontes de erro no desenvolvimento de modelos matemáticos para simular o processo de secagem de produtos agrícolas, limitando assim a capacidade de reproduzir os resultados experimentais.

Mulet (1994) testou detalhadamente modelos com diferentes níveis de complexidade. Ele concluiu que um dos principais fatores que devem ser considerados na modelagem da secagem é o encolhimento.

Janjai (2009) determinou em seu estudo que o encolhimento volumétrico em materiais biológicos é uma função do conteúdo de umidade do mesmo e que o calor e a perda de água causam estresse na estrutura celular, acarretando mudanças na forma e dimensão do material biológico. O encolhimento não é negligenciável, sendo que na maioria dos alimentos ocorre o encolhimento, e que em alguns casos altera mais de 50% da dimensão original (HASHEMI, 2009).

Uma descrição detalhada sobre o encolhimento do fruto de café decorrente do processo de secagem é apresentada no Capítulo 2, seção 2.4.3 – Encolhimento.

2.2.4 – Influência da Vibração na Secagem

A transferência de calor por convecção forçada é um método típico de transferência de calor para leitos vibro-fluidizados. E, na maioria dos trabalhos, é estudado junto com a secagem (PAKOWSKI, MUJUMDAR e STRUMILLO, 1984).

O fenômeno que pode influenciar a transferência de calor em um leito vibro-fluidizado pode ser dividido em quatro grupos:

- ✓ perturbações na camada limite das partículas ou de aglomerados;
- ✓ recirculação de gás: *back mixing* (efeito negativo na transferência de calor);
- ✓ aumento da área de transferência de calor;
- ✓ uniformização da temperatura do leito de mistura.

Como consequência da vibração, a distribuição do tempo de residência no leito será mais uniforme e haverá uma redução significativa da degradação térmica nas zonas de estagnação (GUPTA E MUJUMDAR, 1980).

A extensão dessas contribuições depende da faixa de aceleração vibracional e da velocidade do gás, além das propriedades do leito (PARK, BROD e PÉCORA, 2001).

Key (1992) afirma que a vibração de leitos estáticos de partículas aquecidas aumenta a taxa de transferência de calor através da perturbação da superfície do leito expondo mais superfície para o fluxo de gás.

Strumillo e Pakowski (1980, apud BROD, 2003) propuseram a seguinte equação para a transferência de calor gás-partícula em um leito vibro-fluidizado de naftalina:

$$\frac{h_{c,LVF}}{h_{c,ST}} = 14,0 \cdot \left(\frac{A \cdot \omega}{u_{ar}} \right)^{0,65} \quad (2.8)$$

sendo $h_{c,LVF}$ o coeficiente de transferência de calor do leito vibro-fluidizado, $h_{c,ST}$ o coeficiente de transferência de calor do leito estático, A a amplitude vibracional, u_{ar} a velocidade superficial do ar de secagem e ω a frequência angular de vibração.

Observou-se que a transferência de calor para um leito de esferas de naftalina foi aumentada quando $A\omega^2/g > 1$, desde que a velocidade do ar esteja abaixo do valor da velocidade incipiente de fluidização. Uma vez que o leito está fluidizado, a vibração parece ter pouca influência, sendo que g é a aceleração da gravidade.

Segundo HOVMAND (1987) para os leitos vibro-fluidizados a velocidade do ar de secagem pode ser cerca de 20% menor comparativamente aos leitos fluidizados, impedindo o arraste de partículas e não afetando o tempo de residência do produto no leito.

Sfredo (2002) destaca a influência da temperatura no valor do coeficiente de transferência de calor. Os seus resultados indicaram que na secagem à menor temperatura fica bem destacada a influência da vibração sobre o coeficiente de transferência de calor.

A Equação (2.9) reporta uma correlação empírica para a transferência de calor gás-partícula em um leito vibro-fluidizado obtida por Sbrodov (1967) para grãos de diferentes cereais. A intensidade da energia vibracional fornecida para estes sistemas é representada pelo adimensional de vibração denominado de Γ (Equação (2.10)). Este parâmetro relaciona a amplitude e a frequência vibracional com a aceleração gravitacional.

$$Nu_p = 0,142 \cdot Re_p \cdot \Gamma^{0,04} \quad (2.9)$$

$$\Gamma = \frac{A \cdot \omega^2}{g} \quad (2.10)$$

$$Re_p = \frac{u_{ar} \cdot \rho_{ar} \cdot d_s}{\mu_{ar}} \quad (2.11)$$

em que u_{ar} é a velocidade superficial do ar de secagem (m/s), d_s o diâmetro médio da partícula (m), Re_p o Número de Reynolds, Γ o adimensional de vibração, μ_{ar} a viscosidade do ar ($kg/m.s$), A o amplitude vibracional (m), ω a frequência angular (rad/s), g a aceleração da gravidade (m/s^2).

2.3 – Secadores

Cada secador atende às diferentes necessidades de processo, que, em geral estão intrinsicamente vinculadas ao produto. O conhecimento das propriedades do material a ser seco é a primeira exigência do algoritmo de Keey (1978) para dimensionamento de um secador (BROD, 2003).

Dentre os conhecimentos necessários para este dimensionamento, a resistência à deterioração é dita como um dos pontos mais importantes. Os grãos são classificados como deterioráveis, pois se enquadram nos produtos que deterioram lentamente. Contudo, não necessitam de sistemas sofisticados para a sua conservação. Os produtos que deterioram rapidamente são classificados como produtos perecíveis. Estes produtos exigem baixas temperaturas para a sua conservação, isto é, +5 a +15 °C para produtos pouco perecíveis; +5 a -5°C para produtos medianamente perecíveis; e abaixo de -10 °C para produtos altamente perecíveis (BROD, 2003).

Vários tipos de secadores são utilizados para a secagem de grãos. O tipo de secador mais empregado faz uso do escoamento de ar através do leito. Os secadores convectivos são classificados em duas categorias: secadores de batelada e secadores contínuos. Os secadores de escoamento contínuo são usualmente classificados de acordo com as direções relativas do escoamento, como mostra a Figura 2.6, dos grãos (seta cheia) e do ar (seta vazia): escoamento cruzado, escoamento concorrente e escoamento contracorrente. Nos secadores de escoamento cruzado, o escoamento do ar é perpendicular ao escoamento dos grãos (PARRY, 1985).

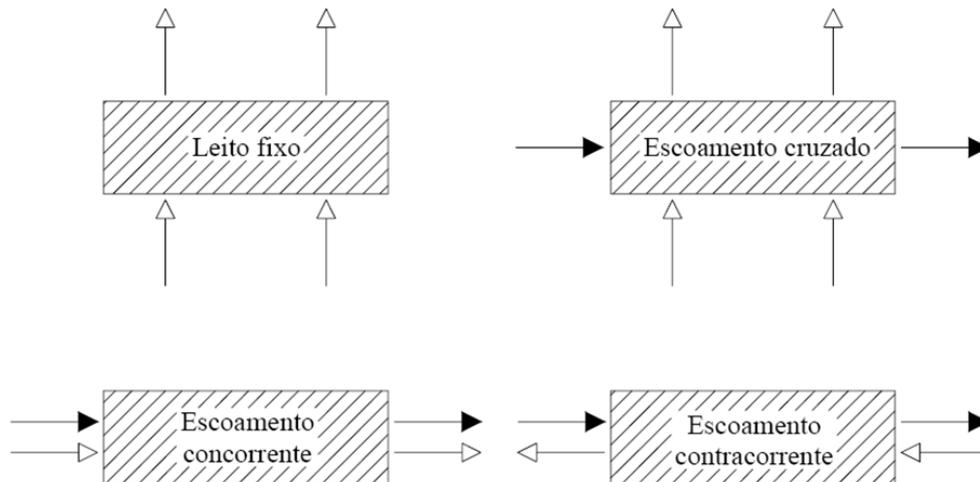


Figura 2.6 – Esquema de quatro tipos básicos de secadores convectivos (SFREDO, 2002).

Em secadores de fluxo contracorrente, ar e grãos escoam em sentido contrário ao longo do secador. Segundo Nellist (1982), em um escoamento contracorrente, operando em equilíbrio, os grãos seriam descarregados do secador em temperatura próxima do ar de entrada.

Todos os tipos de secadores convectivos empregam soprador, ou algum equipamento similar, para movimentar o ar através da câmara de secagem. Em muitos secadores de escoamento contínuo, os grãos escoam pelo secador sob a ação do campo gravitacional (PARRY, 1985). A utilização de ar aquecido em secadores facilita a secagem, possibilitando que a umidade relativa do ar esteja suficientemente baixa para remover a umidade do sólido.

Palacin et al. (2009), em seu estudo da secagem de café cereja descascado, combinou a secagem do café realizando a pré-secagem em leito fixo, em secador de leira e com ar aquecido indiretamente (secador “híbrido”), bem como a complementação da secagem em silos secadores, mediante o emprego de ar na temperatura ambiente. O autor concluiu que quando bem operado, este sistema de secagem preserva a qualidade original do café, além de necessitar uma menor energia específica para a secagem.

2.3.1 – Secagem em Secadores Vibrados

A avaliação e o uso da vibração mecânica no comportamento dinâmico de materiais granulares é um tema de grande interesse na engenharia de processo, destacando-se: aglomeração de partículas, carga e descarga de silos, classificação com peneiras vibratórias, filtração, fluidização, granulação, transporte em dutos, extração, adsorção, revestimento e,

sobretudo a secagem, onde se concentra o maior número de aplicações (FINZER; KIECKBUSCH, 1992).

Sobre a secagem, uma primeira abordagem no tratamento destes secadores é a sua própria caracterização. Os secadores vibrados diferem-se dos convencionais em decorrência da energia vibracional (vertical ou horizontal) imposta ao sistema partícula-fluido.

Segundo Gupta e Mujamdar (1980, *apud* BROD, 2003) as principais vantagens na utilização da vibração na secagem de grãos são:

- a vibração mecânica reduz a quantidade de ar necessária para a fluidização e como conseqüência disto há uma redução do arraste de partículas;
- melhor controle da distribuição do tempo de residência pela manipulação da amplitude e da frequência vibracional;
- coeficientes de transferência de calor e massa mais elevados;
- redução considerável da queda de pressão e da velocidade de mínima fluidização pela agitação mecânica;
- a vibração elimina zonas mortas e formação de bolhas, resultando em operações uniformes;
- possibilidade de fluidizar materiais adesivos, e pastosos;
- vários processos como a secagem, granulação, resfriamento e recobrimento podem ser realizados no mesmo equipamento;
- o movimento de material através do secador é mais suave o que possibilita o tratamento de materiais frágeis.

2.3.2 – Descrição e Funcionamento do Secador de Bandejas Vibradas

No trabalho de Sfredo (2006), para estudar a dispersão dos frutos de café durante a secagem, utilizou-se um secador de bandejas vibradas com reciclo (Figura 2.7). O secador consistiu basicamente de quatro seções: túnel vertical de secagem, sistema de vibração, sistema de injeção de ar aquecido no túnel de secagem e sistema de reciclo dos frutos de café. O túnel de secagem contém quatro bandejas perfuradas por onde escoavam os frutos de café e o ar, em fluxo cruzado.

A secagem se inicia com a alimentação dos frutos de café no alimentador 1, estando a bandeja 1 com o dispositivo de vibração acionado (baixa intensidade). O café escoava para a

segunda bandeja e o leito vai sendo formado, aciona-se o 2º dispositivo de vibração e assim sucessivamente.

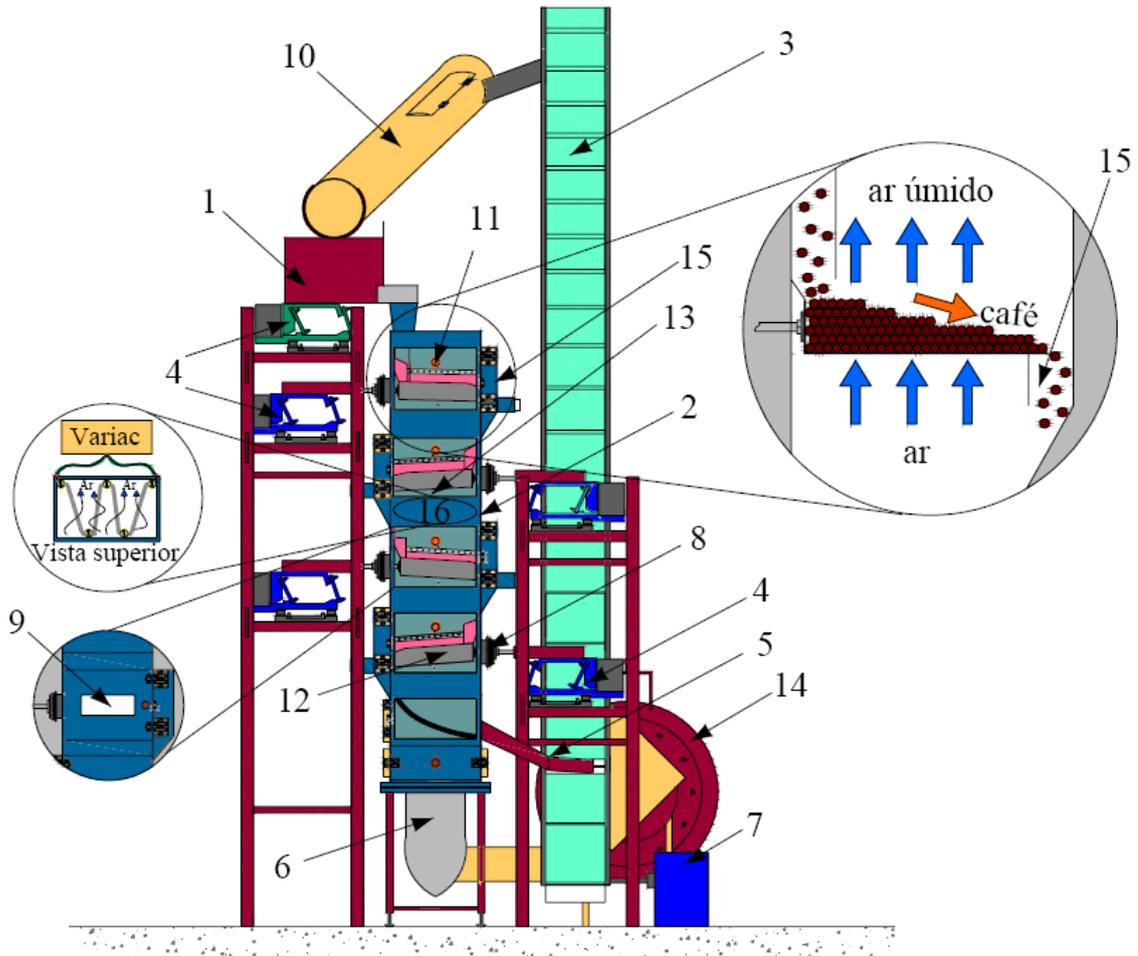


Figura 2.7 – Esquema do secador de bandejas vibradas com reciclo (vista frontal). 1: alimentador vibratório; 2: túnel de secagem; 3: esteira transportadora; 4 vibradores eletromagnéticos; 5: descarga dos frutos de café; 6: tubulação de ar; 7: moto-reductor; 8: dispositivo de vedação; 9: janela de inspeção; 10: tubulação de PVC; 11: lâmpada; 12: bandeja; 13: termopar; 14: soprador; 15: vertedouro; 16: sistema de aquecimento do ar. (SFREDO, 2006).

Os dispositivos de vibração são posicionados para que ocorra o escoamento dos frutos de café sobre as bandejas (se a vibração for insuficiente o leito não escoar, se for excessiva, principalmente nas etapas mais avançadas de secagem quando os frutos estão mais secos, o escoamento rápido impossibilita a formação de leito de secagem). Os frutos de café são descarregados na parte inferior do secador e transportados ao nível acima do topo do mesmo por intermédio de uma correia transportadora taliscada para evitar o deslizamento dos grãos. No topo do transportador ocorre a descarga dos grãos no interior de uma tubulação de

PVC (10) inclinada da qual os frutos de café são descarregados no alimentador vibratório (1) ocorrendo assim à recirculação.

Para a secagem dos frutos de café, Sfredo (2006) realizou planejamentos experimentais, onde as variáveis do processo estudadas foram: temperatura dos frutos de café (40; 45 e 50 °C); massa de frutos de café alimentada (11,5; 12,5 e 13,5 kg) e vazão de ar de secagem (7; 8 e 9 kg ar/min). Para este trabalho (dissertação atual) utilizou-se as variáveis do Experimento 1 do trabalho de Sfredo (2006), sendo as temperaturas dos frutos de café de aproximadamente 40 °C, a massa de frutos de café alimentada foi de 11,5 kg e vazão de ar de secagem foi de 7 kg/min. Este experimento foi escolhido aleatoriamente.

2.4 – Modelos Matemáticos de Secagem que Incluem o Encolhimento

Nesta seção serão apresentados os modelos matemáticos mais utilizados para a modelagem da secagem com encolhimento. Uma revisão mais completa encontra-se em Katekawa e Silva (2006).

Existem diversos trabalhos na literatura comparando resultados de simulações levando ou não em conta o encolhimento (ROSSELLÓ et al., 1997; SIMAL et al., 1998; QUEIROZ e NEBRA, 2001; ISLAM e MUJUMDAR, 2003). Analisando-se estes trabalhos concluiu-se que uma descrição eficiente do processo de secagem só é atingida considerando o encolhimento do material, principalmente nas áreas de alimentos, produtos agrícolas, madeira e cerâmicas (KATEKAWA, 2006).

O primeiro passo no processo de modelagem é uma descrição verbal do sistema de interesse, ou seja, a construção do modelo conceitual. Este modelo conceitual é então traduzido no modelo matemático, que deve ser resolvido para a obtenção dos resultados desejados. A primeira parte do modelo conceitual consiste na descrição física do sistema, como dimensionalidade e composição. O Quadro 2.1 lista algumas considerações estruturais necessárias para a construção do modelo de secagem e as consequências delas. Alguns autores, no entanto, não passam por esta etapa, construindo um modelo genérico e assumindo considerações simplificadoras (BEAR, 1991, apud KATEKAWA, 2006). Para os três modelos que serão estudados neste trabalho foi utilizado o modelo estrutural de material homogêneo, pelo fato de simplificar a descrição das propriedades das camadas presentes no fruto de café.

Quadro 2.1 – Considerações estruturais para elaboração de um modelo conceitual de secagem.

Considerações	Implicações
Mistura binária (fase sólida e água líquida)	Apenas uma equação de balanço para umidade é necessária. O encolhimento volumétrico é linear. Não há formação de poros. Um balanço de momento não é necessário para o caso unidimensional.
Mistura ternária (fases sólida, líquida e gasosa)	Uma equação de balanço para a fase gasosa é necessária. O encolhimento volumétrico pode ser não linear. A formação de poros pode ser considerada.
Material homogêneo	Necessariamente mistura binária. O modelo de difusão líquida é aplicável.
Material heterogêneo formado por fases gasosas	Cada fase pode ser tratada como uma fase homogênea. Necessita de relações para as interfaces.
Material heterogêneo formado por fases descontínuas	Não requer considerações de mistura binária. Teoria da difusão líquida não é aplicável. Um coeficiente efetivo e/ou uma forma da Lei de Darcy deve ser usada.
Isotropia	Coeficientes de transporte são escalares.
Anisotropia	Pelo menos um coeficiente de transporte deve ser um tensor. Simulação no mínimo bidimensional.

Fonte: Katekawa e Silva (2006).

Para o caso do café o tipo de consideração estrutural comumente utilizado é para material homogêneo (HERNÁNDEZ-DÍAS et al., 2008; PÉREZ-ALÉGRÍA e CIRO-VELÁSQUEZ, 2001).

A segunda parte do modelo conceitual consiste no processo de transferência em si, desde a seleção das variáveis utilizadas até a escolha da formulação para a descrição da operação de secagem (KATEKAWA, 2006).

Ao se considerar a existência de duas ou mais fases, a aplicação das equações de balanço macroscópicas não pode ser direta, apesar de muitos autores não considerarem esta restrição. A saída é muitas vezes utilizar médias volumétricas das variáveis em um elemento representativo (BEAR, 1991), que possibilita o tratamento do meio descontínuo como um *continuum*. Apesar disso, existem alguns autores que, mesmo tratando o material seco como um meio contínuo, computam as influências das interfaces nas propriedades de transporte, utilizando o que se chama de problema *closure* (KATEKAWA, 2006).

2.4.1 – Balanço de Massa

Existem atualmente vários artigos cujos autores descrevem de maneiras diferentes o balanço de umidade e energia para o processo de secagem de alimentos. A Tabela 2.1 apresenta exemplos de equações de balanço de umidade utilizados por alguns autores. A maioria se baseia na lei de Fick (Equação (2.12)) como mostrado na Tabela 2.1.

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla^2 D X \quad (2.12)$$

Nas Equações (2.12) e (2.13), X é umidade do fruto, t o tempo, D é a difusividade mássica da água, para esta última equação considera-se a difusividade da água como constante ao longo de todo o processo. Na Equação (2.14), ρ_l é a densidade da água, v_s é a velocidade local para a fase sólida.

No trabalho de Youcef-Ali (2000), expressa na Equação (2.15), m_{ss} é a massa de sólido seco no leito, h_m é o coeficiente global de transferência de massa, P_{sup}^{vap} é a pressão de vapor da água na temperatura de superfície do material, P_{ar}^{vap} é a pressão parcial do vapor de água no ar, A_s é a área superficial do material em contato com o ar, R_v é a característica constante da água. Nesta equação, a transferência de massa é calculada pela diferença de pressão de vapor da água na superfície do sólido e do ar de secagem, sendo este cálculo normalmente utilizado para condição de contorno de $r = R$.

Para a Equação (2.16), C_s é a concentração do sólido seco no material úmido e U_s é a velocidade de contração do material processado, sendo que o fluxo mássico total é determinado pela contribuição do gradiente da concentração de umidade e do encolhimento do produto.

Na Equação (2.17), ζ é a coordenada material (coordenadas lagrangeana), ρ_r é a densidade média do sólido úmido e ρ_s é a densidade aparente do sólido. Chemkhi et al. (2005) levam em conta a redução de volume nesta equação através de um coeficiente de encolhimento ($1/(1 + \beta X)$), sendo β o coeficiente de encolhimento do material.

Para a Equação (2.18), o modelo considerado foi de transferência de massa em um meio poroso deformável, para um volume de controle Euleriano com fronteiras móveis. As variáveis são definidas por: $\varepsilon_l, \varepsilon_g, \varepsilon_s$ são as frações volumétricas das fases líquida, gasosa e sólida respectivamente, $\rho_l, \rho_v, \rho_b, \rho_A$ são as densidades da fase líquida, do vapor, da fase adsorvida e da espécie A, respectivamente. Os termos v_l, v_b, v_g são as velocidades de deslocamento do líquido, da fase adsorvida e da fase gasosa no meio, respectivamente.

Utilizando uma relação do balanço de massa da fase líquida e sólida (Equação (2.14)), Jomaa e Puiggali (1991) demonstraram que o termo convectivo desta equação é diretamente ligado ao deslocamento da fase sólida, podendo descrever assim o efeito do encolhimento durante a secagem do material.

No estudo da secagem de frutos de café em leito profundo, Pérez-Alégria e Ciro-Velásquez (2001a) utilizaram o modelo modificado de Bakker-Arkema para simular o processo de secagem dos frutos em camada fina. Farias et al. (2004) desenvolveram a equação de conservação baseada no volume de controle para a secagem do milho, mas desconsiderou o encolhimento durante a secagem.

Chemkhi et al. (2004), desenvolveram um modelo que leva em consideração a deformação elástica da batata à medida que era retirada a umidade do mesmo. O modelo se refere que a transferência de massa ocorra em uma camada fina baseada na Lei de Fick. A Equação (2.17) foi desenvolvida em coordenadas materiais (lagrangeanas).

Tabela 2.1 – Equações de Balanço de Umidade.

Equação de balanço de umidade	Referência
$\frac{\partial X}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 X$	(2.13) LUIKOV e MIKHAYLOV, 1965
$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\langle \rho_l \rangle \langle v_s \rangle) = \nabla \cdot (D \cdot \nabla \langle \rho_l \rangle)$	(2.14) JOMAA e PUIGGALI, 1991
$-m_{ss} \cdot \frac{dX}{dt} = \frac{h_m \cdot A_s \cdot (P_{sup}^{vap} - P_{ar}^{vap})}{R_v \cdot T_{ar}}$	(2.15) YUCEF-ALI, 2000
$\frac{\partial (C_s \cdot X)}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_r \cdot D \cdot \nabla X) - \nabla \cdot (C_s \cdot X \cdot U_s)$	(2.16) AZZOUZ et al., 2002
$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{D}{(1 + \beta X)^2} \cdot \frac{\partial X}{\partial \zeta} \right)$	(2.17) CHEMKHI et al., 2004
$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_l \langle \rho_l \rangle^l + \varepsilon_g \langle \rho_v \rangle^g + \varepsilon_s \langle \rho_b \rangle^s) + \\ & + \nabla \cdot (\varepsilon_l \langle \rho_l \rangle^l \langle v_l \rangle^l + \varepsilon_g \langle \rho_v \rangle^g \langle v_g \rangle^g + \varepsilon_s \langle \rho_b \rangle^s \langle v_b \rangle^s) = \end{aligned}$	(2.18) KATEKAWA, 2006
$= \nabla \cdot \left(\langle \rho_v \rangle^g \cdot D \cdot \nabla \frac{\langle \rho_A \rangle^g}{\langle \rho_g \rangle^g} \right)$	

Srikiatden e Roberts (2008) utilizaram modelos para a transferência de massa e energia simultaneamente para representar o perfil de umidade em um material higroscópico

não-poroso durante uma secagem convectiva baseada na equação de difusividade da Lei de Fick.

No estudo da secagem do grão de café verde Hernández-Díaz et al. (2008) mantiveram as condições do ar de secagem constantes e desenvolveram um modelo matemático tridimensional em geometria prolato esferoidal e estimaram a difusividade efetiva média da água como função da temperatura e umidade utilizando o método da inclinação da curva (*slope method*) de cinética de secagem do grão. No entanto, o autor manteve as propriedades termo-físicas constantes durante toda a secagem.

O coeficiente D , relacionado à difusão molecular, é fortemente dependente da temperatura e do teor de umidade, apesar de alguns autores utilizarem um valor médio sobre o tempo de secagem simulado (KATEKAWA, 2006). As difusividades estimadas no estudo de Hernández-Díaz et al. (2008) foram obtidas a partir de um modelo ajustado à equação de Arrhenius (Equação (2.19)).

$$D = \exp\left(2,7085 - \frac{66856,4}{R_g \cdot T_s} + 1,74 \cdot \frac{X_m}{X_0}\right) \quad (2.19)$$

sendo D em (m^2/s), R_g a constante universal dos gases ($\text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$), T_s a temperatura do sólido (K), X_m o conteúdo de umidade médio do grão (kg água/ kg café seco), X_0 a umidade inicial do grão de café (kg água/ kg café seco).

Sfredo (2002) determinou a difusividade como função da umidade e do raio da esfera de mesmo volume que o fruto de café. Seus resultados mostraram que o coeficiente de difusão efetivo aumentou inicialmente com a diminuição da umidade do fruto de café e esse comportamento foi alterado (diminuiu com a diminuição da umidade) quando a massa de café atingiu aproximadamente $0,4 \text{ kg}$ água/ kg café seco. Esta umidade coincidiu com a condição em que os frutos de café praticamente cessaram o encolhimento. Além disso, foi demonstrado que a vibração na secagem aumentou o transporte difusivo nos frutos de café.

A influência direta do encolhimento no valor do coeficiente de difusão foi reportada por diversos autores (QUEIROZ e NEBRA, 2001; ISLAM e MUJUMDAR, 2003). De acordo com Islam e Mujumdar (2003), este efeito é esperado devido à mudança do caminho de difusão dado a redução das dimensões do material.

2.4.2 – Balanço de Energia

Quanto ao balanço de energia, três hipóteses podem ser feitas sobre o processo de secagem. No decorrer do processo, pode-se admitir que o material mantém uma temperatura constante, ou seja, a energia fornecida ao material é totalmente consumida na evaporação de umidade, para este caso o processo é dito isotérmico; alternativamente, admite-se que o material exiba um perfil de temperaturas uniforme ou não-uniforme, sendo referido para este caso como processo não-isotérmico. Quando a possibilidade da existência de um perfil de temperatura no material é admitida, uma equação de balanço de energia é necessária (KATEKAWA, 2006).

Analogamente à lei de Fick, a lei de Fourier (Equação (2.20)) está relacionada à conservação de energia e a partir desta relação, desenvolvem-se vários modelos para cada situação de secagem.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla^2 K_s T_s \quad (2.20)$$

A Tabela 2.2 apresenta exemplos de referências com diferentes formulações empregadas, bem como as equações resultantes.

Tabela 2.2 – Equações de balanço de energia.

Balanço de Energia	Referências
$(\rho_r C_{p,s} \delta) \frac{\partial T_s}{\partial t} = h_c (T_{ar} - T_s^{sup}) - \dot{m}_{sup} \lambda_s \quad (2.21)$	KECHAOU, 1990
$\langle \rho_r C_{p,s} \rangle \frac{\partial \langle T_s \rangle}{\partial t} + (\langle \rho_r C_{p,s} \rangle \langle v_s \rangle - C_{p,a} h_m \nabla \rho_l) \nabla \langle T_s \rangle = \nabla \cdot (K_s \nabla \langle T_s \rangle) \quad (2.22)$	JOMAA e PUIGGALI, 1991
$\frac{\partial (\rho_b h_s)}{\partial t} = h_c (T_{ar} - T_s^{sup}) - \lambda_s h_m (UR - aw_g) \quad (2.23)$	KIRANOUDIS et al., 1995
$\rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{K_s}{1 + \beta X} \frac{\partial T_s}{\partial \zeta} \right) \quad (2.24)$	CHEMKHI et al., 2005
$\rho_r C_{p,s} \left(\frac{\partial T_s}{\partial t} \right) = \nabla (K_s \nabla T_s) \quad (2.25)$	CURCIO, 2008

Kechaou (1990) (Equação (2.21)), para o estudo da secagem de placas finas de gel, considerou que a variação de temperatura do gel igual para toda camada, ou seja, sem o efeito

da condutividade térmica no interior do mesmo. As variáveis descritas são: o encolhimento do sólido durante a secagem (δ), o fluxo mássico de água evaporada na superfície do sólido (\dot{m}_{sup}), o calor latente de vaporização da água no sólido (λ_s).

Jomaa e Puiggali (1991) consideraram o termo convectivo da fase líquida no interior do sólido. Na Equação (2.22), $C_{p,s}$ é o calor específico médio do sólido seco, $C_{p,a}$ é o calor específico da água, K_s é a condutividade térmica do sólido e ρ_r é a densidade absoluta do sólido.

Kiranoudis et. al (1995), Equação (2.23), utiliza a relação entre umidade relativa do ar de secagem e a atividade da água na fase gasosa, que está em equilíbrio com o conteúdo de umidade da fase sólida. As variáveis calculadas são: a entalpia específica da fase sólida, h , o coeficiente de transferência de calor, h_c , a densidade *bulk* do sólido incluindo os poros do mesmo, ρ_b , umidade relativa do ar de secagem, UR e a atividade da água em equilíbrio sólido, aw_g .

A Equação (2.24), representada em coordenadas materiais, utilizada por Chemkhi et al. (2005) baseia-se na lei de Fourier, sendo ζ a coordenada material (coordenadas lagrangiana) e \vec{v}_s a velocidade de deslocamento da fase sólida. Curcio et al (2008) basearam o seu modelo (Equação (2.25)) na mesma lei tendo como diferencial o encolhimento, que foi negligenciado.

2.4.3 – Encolhimento

O encolhimento é um fenômeno físico comumente observado durante os diversos processos de desidratação de alimentos existentes. Essa mudança afeta a qualidade do produto e deve ser levado em consideração na modelagem e simulação do processo de desidratação do produto (MAYOR, 2004).

Diversas maneiras de levar em conta o encolhimento no modelo de secagem são encontradas na literatura. A estratégia mais simples e mais frequente consiste em considerar que o encolhimento ocorre devido apenas à remoção de água líquida e formular uma expressão para uma ou mais dimensões materiais em função do teor de umidade, que pode ser puramente empírica ou possuir algum fundamento físico (KATEKAWA, 2006).

Alguns autores consideram o encolhimento linearmente proporcional (KECHAOU, 1990; MOREIRA, 2000; YUCEF-ALI et al., 2001; AZZOUZ et al., 2002; ROMERO-PEÑA e KIECKBUSH, 2003) ao volume de água removido durante o processo de secagem,

ou seja, o encolhimento é livre, sem nenhuma restrição mecânica. Outros autores já atribuem na modelagem do encolhimento às forças mecânicas intercelulares, além da redução do volume devido à perda de umidade.

Katekawa (2006) estudou o processo de encolhimento e deformação durante a secagem, com ênfase na análise das influências das condições de processo sobre a redução de volume da amostra.

Na secagem de uma fatia de tomate, Romero-Peña e Kieckbusch (2003) utilizaram a Equação (2.26) como modelo de encolhimento. A temperatura da amostra e o efeito da contração de volume foram relacionados ao conteúdo de umidade da amostra.

$$\delta(t) = \delta_0 \cdot \left(\frac{m(t)}{m_0} \right)^n \quad (2.26)$$

sendo $\delta(t)$ a espessura da amostra como função do tempo t , δ_0 a espessura inicial da amostra, $m(t)$ a massa da amostra como função do tempo t , m_0 a massa inicial da amostra, n o efeito combinado de temperatura e encolhimento (se $n = 0$, não há encolhimento pois $\delta = \delta_0$; assumindo um sólido homogêneo $n = 1$ indica que o volume de encolhimento é igual ao volume da água evaporada).

No estudo das equações da cinética de secagem e difusividade mássica na secagem de uva, Azzouz et al. (2002), utilizaram também um modelo linear (Equação (2.27)) para representar o encolhimento do fruto durante a secagem.

$$e = 0,79 \cdot \frac{\bar{X}}{X_i} + 0,22 \quad (2.27)$$

sendo e o encolhimento do fruto, \bar{X} a umidade média do fruto e X_i a umidade inicial do fruto.

Para cada tipo de alimento, existe um tipo de encolhimento, dentre esses podemos destacar o encolhimento uniforme, elástico e visco-elástico.

Chemkhi et al. (2005), considerando um modelo elástico em seu trabalho sobre a modelagem da secagem da batata, utilizaram a Equação (2.28) como modelo de encolhimento na secagem estudada.

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\beta \cdot D}{1 + \beta \cdot X} \nabla X \quad (2.28)$$

em que u é o deslocamento da fase sólida, D é a difusividade mássica da batata, t é o tempo e X é o conteúdo de umidade da batata (b.s).

Janjai (2010) considerou as seguintes hipóteses no desenvolvimento do modelo matemático utilizado em seu trabalho:

- a mudança do volume do material que está sendo seco é igual ao volume de água evaporado;
- no início da secagem os poros do material são ocupados pela água e tem densidades iguais a da água.

Com isso o autor considerou que:

$$V_s = V_a + V_{ss} \quad (2.29)$$

$$V_{s0} = V_{a0} + V_{ss} \quad (2.30)$$

sendo que V_s é o volume do produto, V_{s0} é o volume inicial do produto, V_{a0} é o volume inicial da água nos poros, V_a é o volume da água nos poros e V_{ss} é o volume do material seco.

Dividindo a Equação (2.29) pela Equação (2.30), o autor obteve a seguinte equação:

$$V_s = V_{s0}(A + BX) \quad (2.31)$$

em que:

$$A = \frac{1}{1 + aX_0}; B = \frac{a}{1 + aX_0} \text{ e } a = \frac{\rho_{ss}}{\rho_a} \quad (2.32)$$

onde B é o coeficiente de encolhimento, X é o conteúdo de umidade do produto (b.s.), X_0 o conteúdo de umidade inicial do material (b.s.), ρ_a é a densidade da água, ρ_{ss} é a densidade do material seco.

Sfredo (2006) obteve uma correlação do diâmetro do fruto de café em função da umidade do fruto para cada experimento realizado. Em seus experimentos as medidas foram feitas em três dimensões. A partir destas dimensões foi possível calcular o volume dos frutos de café pela equação do volume da elipse. Igualou-se o volume da elipse ao volume da esfera, obtendo assim o diâmetro da esfera de mesmo volume. A Equação (2.33) mostra a correlação obtida para o Experimento 1.

$$d_{fc} = 1,1681 \cdot 10^{-2} + 0,0449 \cdot 10^{-2} \cdot \exp\left(\frac{X_m}{1,1374}\right) \quad (2.33)$$

CAPÍTULO 3

PROPRIEDADES TERMO-FÍSICAS DOS FRUTOS DE CAFÉ

O conhecimento das propriedades termo-físicas dos frutos de café é de fundamental importância para a representação precisa da operação de secagem, importantes na simulação e projeto de equipamentos. Por isso, com a finalidade de se comparar os resultados obtidos por diversos autores sobre o comportamento dos frutos de café frente à secagem realizou-se nesse capítulo o estudo das propriedades termo-físicas dos frutos de café.

Além da utilização de correlações desenvolvidas por diversos autores, também foi feito um estudo com base na composição do fruto de café para estimativa das propriedades de interesse. Os resultados para essa investigação encontram-se no Apêndice A.

O estudo desenvolvido possibilitou a seleção das correlações mais adequadas para a modelagem do processo neste trabalho.

3.1 – Densidade *Bulk* dos Frutos de Café

A densidade *bulk* é um parâmetro importante para o balanço de massa, já que quantifica a variação do conteúdo de umidade dos frutos de café durante a secagem. O seu comportamento também se relaciona ao perfil de encolhimento dos frutos durante a secagem. Sfredo (2006) apresentou uma equação de ajuste (Equação (3.1)) aos dados experimentais de densidade *bulk*, ρ_b (kg/m^3), em função do conteúdo de umidade médio dos frutos de café, X_m (kg água / kg de café seco). Estes coeficientes são referentes ao Experimento 1.

$$\rho_b = 621,65 + 74,57 \cdot \ln(X_m) \quad (3.1)$$

Assim, o comportamento da densidade *bulk* com a variação da umidade é analisado na Figura 3.1. Para uma faixa de trabalho de 2,0 à 0,18 kg água / kg sólido seco. Observou-se que a densidade *bulk* diminui em torno 38% com o decréscimo do conteúdo de umidade.

Couto et al. (1999) investigaram o efeito do teor de umidade nas grandezas da densidade absoluta e *bulk*, e nas grandezas da porosidade do fruto de café das variedades Catuaí e Timor e para dois estágios de maturação (verde e cereja). Para a variedade Catuaí, Couto et al. (1999) obtiveram a seguinte correlação para densidade *bulk*:

$$\rho_b = 395,22 + 78,621 \cdot \left(\frac{X_m}{1 + X_m}\right) + 331,66 \cdot \left(\frac{X_m}{1 + X_m}\right)^2 \quad (3.2)$$

A Equação (3.3) foi utilizada por Ciro (2000), apud Pérez-Alégria et al. (2001b) no estudo feito da modelagem matemática da secagem de semente de café arábica variedade Caturra (apenas com o pergaminho úmido).

$$\rho_b = 282,4 + 5,993 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{X_m}{1 + X_m}\right) \quad (3.3)$$

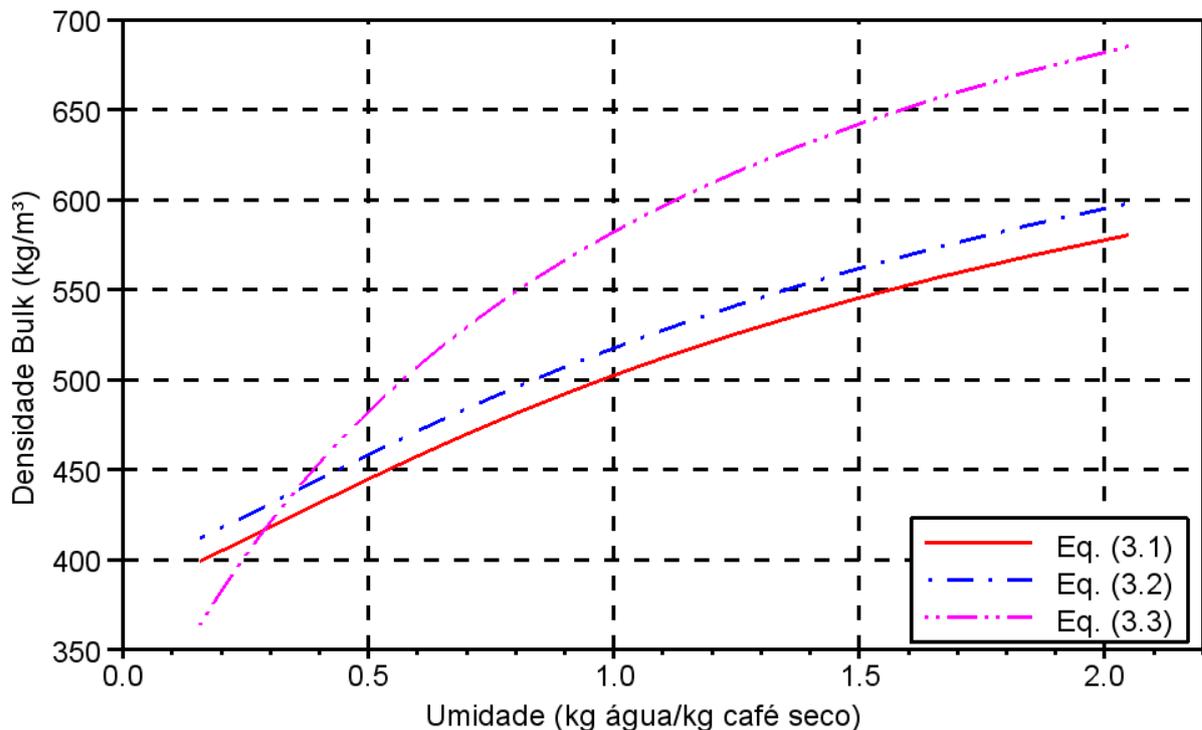


Figura 3.1 – Comportamento da densidade *bulk* do fruto e da semente de café em sua secagem.

As Equações (3.1), (3.2) apresentaram perfis semelhantes da variação da densidade do fruto de café em relação ao conteúdo de umidade, conforme é mostrado na Figura 3.1, isso

se deve pelo fato dos dois autores analisarem as propriedades do fruto de café que contém casca, mucilagem, pergaminho e no seu interior as sementes, diferentemente da Equação (3.3) que apresentou valores da densidade *bulk* maiores no início da secagem e menores no final da secagem (quando comparados aos resultados das Equações (3.1), (3.2)) e cujo autor estudou a propriedade da semente de café.

3.2 – Densidade Absoluta dos Frutos de Café

Pode-se determinar a densidade absoluta do fruto de café utilizando a definição de densidade, Equação (3.4). Esta equação é utilizada quando se tem um estudo experimental e é determinada a massa e o volume do fruto.

$$\rho_r = \frac{m_s}{V_s} \quad (3.4)$$

sendo m_s e V_s a massa média (kg) e o volume médio de do sólido (m^3), respectivamente.

A densidade absoluta também pode ser obtida usando a Equação (3.5) quando se tem os valores da densidade *bulk* e da porosidade do café, ε .

$$\rho_r = \frac{\rho_b}{1 - \varepsilon} \quad (3.5)$$

Para explicar a importância do encolhimento do fruto de café durante a secagem, Sfredo (2006), mediu o diâmetro médio do fruto de café, d_{fc} (m), no período em que ocorreu a secagem. Com os valores destas medições, pode-se calcular o volume do fruto de café (V_{fc}) a partir do diâmetro médio da esfera de mesmo volume do fruto (Equação (3.6)).

Neste mesmo trabalho foi calculada a massa média de um fruto de café, m_{fc} , Equação (3.7). Lembrando que os coeficientes obtidos nas Equações (2.33) e (3.7) são referentes aos dados do Experimento 1.

$$d_{fc} = 1,1681 \cdot 10^{-2} + 0,0449 \cdot 10^{-2} \cdot \exp\left(\frac{X_m}{1,1374}\right) \quad (2.33)$$

$$V_{fc} \approx \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{fc}^3 = \frac{\pi}{6} \cdot d_{fc}^3 \quad (3.6)$$

$$m_{fc} = 0,61 \cdot 10^{-3} + 0,54 \cdot 10^{-3} \cdot X_m \quad (3.7)$$

sendo r_{fc} o raio médio de um fruto de café (m).

A partir das correlações (Equações (2.33), (3.6) e (3.7)) obtidas por Sfredo (2006) pode-se obter uma expressão da densidade absoluta do fruto de café como uma função da umidade (Equação (3.8)).

$$\rho_r = 637,43 + 592,53 \cdot X_m - 175,93 \cdot X_m^2 \quad (3.8)$$

A Equação (3.9) foi obtida por Couto et al. (1999) em seu estudo da densidade absoluta do grão de café variedade Catuaí.

$$\rho_r = 660,75 + 524,6 \cdot \left(\frac{X_m}{1 + X_m} \right) + 167,2 \cdot \left(\frac{X_m}{1 + X_m} \right)^2 \quad (3.9)$$

A Figura 3.2 compara o perfil do comportamento da densidade absoluta do fruto de café com as mudanças do conteúdo de umidade obtidas pelas Equações (3.8), (3.9) e (A.6).

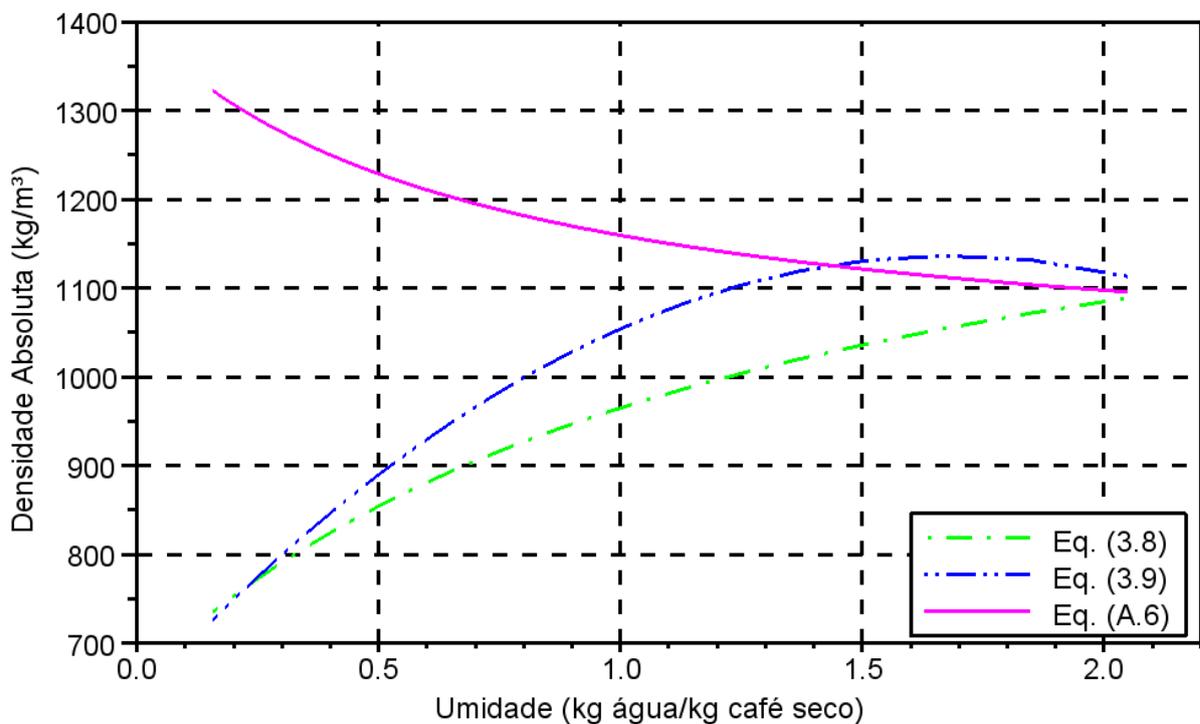


Figura 3.2 – Comportamento da densidade absoluta do fruto de café em função do conteúdo de umidade.

A Equação A.6 descreve o perfil da densidade absoluta do fruto com base na composição do fruto de café para estimativa das propriedades de interesse. Pode-se perceber para este caso que o comportamento da densidade absoluta do fruto variou no sentido de aumentar o valor da densidade com o decréscimo do conteúdo de umidade, enquanto que na correlação obtida por Sfredo (2006), a densidade aumenta com o aumento do conteúdo de umidade do fruto de café. Este modelo estimado não considera o encolhimento do fruto durante a secagem, o efeito da porosidade, e nem o comportamento biológico do fruto que altera quando este perde água em seu interior.

Já a correlação obtida por Couto et al. (1999), obteve um perfil semelhante da correlação de Sfredo (2006) e variou na mesma faixa de valores. No entanto, ao longo da secagem houve uma diferença nos valores que podem explicados devido às camadas internas do fruto que encolhem muito mais do que a casca, ou seja, o volume de vazio dentro do fruto faz com que a densidade seja menor.

Os resultados de Sfredo (2006) se baseiam na secagem do fruto de café, ou seja, levam em consideração a presença da casca, mucilagem, pergaminho e semente, sendo estes os mais recomendados para utilização na modelagem da operação de secagem do fruto de café.

3.3 – Calor Específico dos Frutos de Café

Para determinação da correlação do calor específico do fruto de café (kJ/kg.°C), foram comparados alguns valores obtidos por Ciro (2000) com a semente de café com o pergaminho (Equação (3.10)), Borém et al. (2002) com os cafés cerejas pergaminho tipo Catuaí e Acaiá (*Coffea arabica*); Equações (3.11) e (3.12), Rossi e Roa (1980) que descreveram, entre os diversos tipos de grãos, o calor específico do café arábica (Equação (3.13)) e por último, foi descrito o comportamento do calor específico com a variação do conteúdo de umidade com o modelo de predição.

Ciro (2000) utilizou semente de café (apenas com o pergaminho úmido) tipo arábico variedade Caturra e obteve a seguinte correlação para calor específico *bulk* (Equação (3.10)):

$$C_{p,fc} = 1,6552 + 0,05835 \frac{X_m}{(1 + X_m)} \quad (3.10)$$

sendo $C_{p,fc}$ o calor específico da semente de café.

Utilizando as Equações (3.11) e (3.12) obtidos por Borém et al. (2002), obteve-se valores de calores específicos *bulk* para os cafés tipo Catuaí e Acaiaí (Equação (3.11) e (3.12) respectivamente), e os café utilizados em seus estudos eram cafés cerejas pergaminho e a faixa de umidade trabalhada por eles é de 1,0 a 0,16 kg água/kg café seco.

$$C_{p,fc} = 1,0192 + 1,1806.X_m + 1,0291.X_m^2 \quad (3.11)$$

$$C_{p,fc} = 1,0204 + 1,9834.X_m \quad (3.12)$$

Rossi e Roa (1980) no livro de secagem e armazenamento de grãos utilizaram várias correlações para determinar as propriedades físico-químicas de diversos tipos de grãos. Para o calor específico do café arábica, utilizaram a Equação (3.13).

$$C_{p,fc} = 0,461 + 6,86 \frac{X_m}{(1 + X_m)} \quad (3.13)$$

No Apêndice A estimou-se o valor do calor específico para o fruto de café de acordo com a composição do fruto. A Equação (A.12) fornece o perfil da estimativa do calor específico do café. Como esta estimativa é de acordo com o percentual mássico de cada componente presente no fruto, é razoável demonstrar o perfil de C_p de acordo com o conteúdo de umidade no fruto.

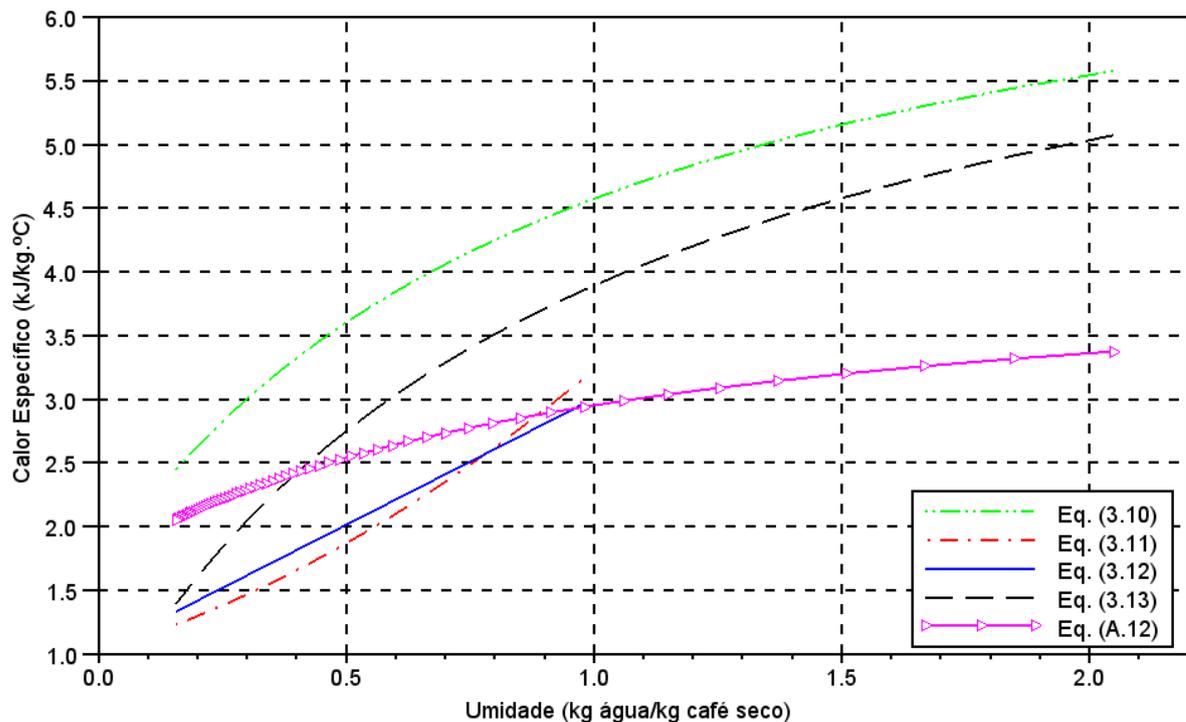


Figura 3.3 – Comportamento do calor específico do fruto de café em função do conteúdo de umidade.

A Figura 3.3 mostra o comportamento do calor específico usando as Equações (3.10) à (3.13) e (A.12) variando com a umidade. Percebe-se que para todos os modelos o calor específico do café aumentou com o aumento do conteúdo de umidade. Isso se deve pelo fato do calor específico da água ser de aproximadamente 4,186 kJ/kg.°C, assim quanto maior a quantidade de água dentro do café maior é o calor específico do mesmo.

Small e Horrel (1993) mediram o calor específico da semente do café com pouca umidade e obtiveram um valor médio de 2,8 kJ/kg.°C a 25 °C e máximo de 6,0 kJ/kg.°C a 85 °C e para o experimento com umidade média de 12%, o valor médio do calor específico ficou próximo de 1,97 kJ/kg.°C, sendo esta a faixa de valores obtido por Ciro (2000) para a semente de café pergaminho.

No entanto, pelo fato do fruto de café conter várias camadas o valor médio do calor específico é menor, como pode ser visto nos trabalhos de Afonso Junior (2001) que obteve valores do calor específico dos frutos de café cereja variando de 2,52 a 1,21 kJ/kg.°C para teores de umidade variando de 0,678 a 0,111 kg de água/kg café seco. Estes valores iniciais estão bem próximos com os valores obtidos por Rossi e Roa (1980), no entanto a faixa de valores do conteúdo de umidade do fruto de café não atendem aos utilizados no trabalho em questão. O mesmo acontece para Borém et al. (2002) que teve o conteúdo de umidade variando entre 1,0 e 0,16 kg de água/kg café seco.

Deste modo, optou-se em utilizar a equação de Rossi e Roa (1980) para a simulação do trabalho em questão.

3.4 – Condutividade Térmica dos Frutos de Café

A correlação da condutividade térmica *bulk* da semente de café cereja com pergaminho (W/m.°C) foi proposta por Hernández-Díaz et al. (2008) (Equação (3.14)), sendo apenas função do conteúdo umidade (Figura 3.4) na semente.

$$K_{fc} = 0,49 - 0,443 \cdot \exp(-0,206 \cdot X_m) \quad (3.14)$$

Borém et al. (2002) para os grãos de cafés verdes e descascados das variedades Catuaí e Acaíá (Equações (3.15) e (3.16), respectivamente) obteve as seguintes correlações quadráticas para condutividade térmica *bulk*:

$$K_{b,fc} = 0,1355 - 0,1091.X_m + 0,1998.X_m^2 \quad (3.15)$$

$$K_{b,fc} = 0,1197 - 0,0103.X_m + 0,0921.X_m^2 \quad (3.16)$$

As equações obtidas por Borém et al. (2002) foram para os cafés cerejas pergaminho a uma temperatura em torno de 60 °C.

As Equações (3.17) e (3.18) descrevem as correlações obtidas por Pérez-Alegría e Ciro-Velásquez (2001) e Pérez-Alegría et al. (2001) para cafés pergaminho.

$$K_{fc} = 0,00830 + 0,02363.\frac{X_m}{1 + X_m} \quad (3.17)$$

$$K_{fc} = 0,0087 + 0,002.\frac{X_m}{1 + X_m} \quad (3.18)$$

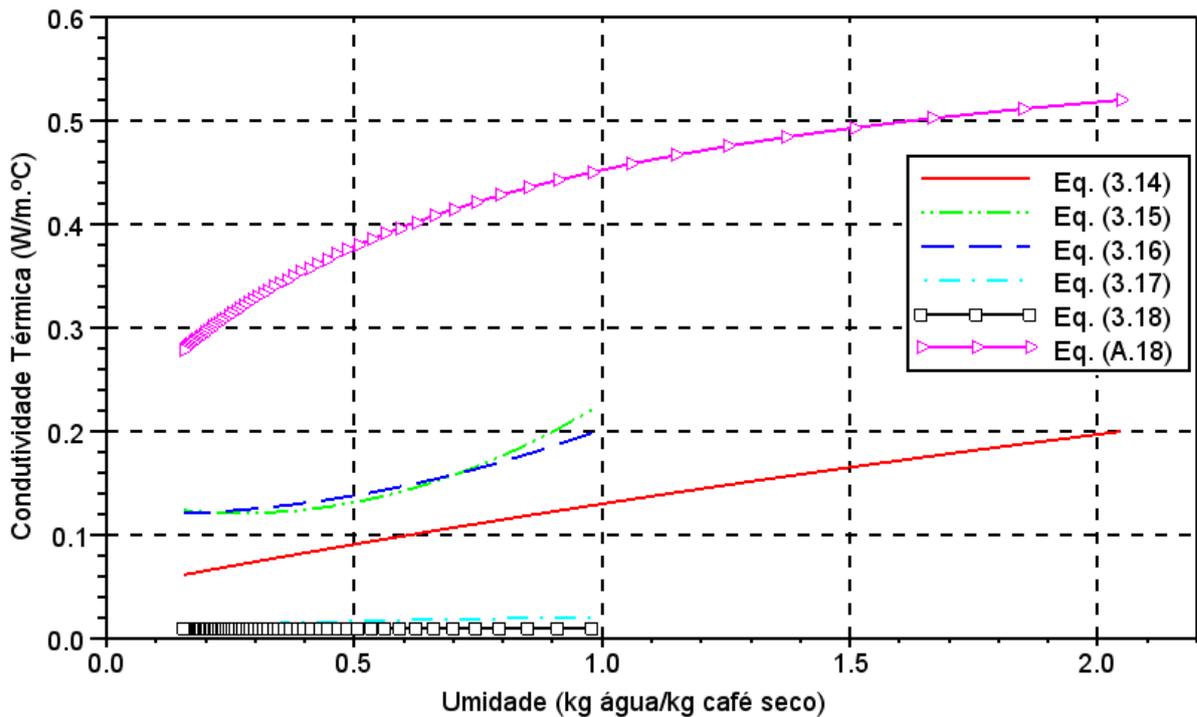


Figura 3.4 – Comportamento da condutividade térmica *bulk* do café em função do conteúdo de umidade.

Para todos os modelos a condutividade térmica do café é aumentada com o aumento do conteúdo de umidade. Isso se deve à condutividade térmica da água ser de 0,6 W/m.°C a 25

°C (YOUNG e SEARS, 1999). Assim, quanto maior conteúdo de umidade no café maior é a condutividade térmica do mesmo.

Pode-se notar na Figura 3.4 que os valores obtidos pelo modelo de predição das propriedades físicas do café foram superiores aos obtidos pelos demais autores. Nota-se que nas correlações das Equações (3.15) a (3.18), que foram obtidas a partir do café pergaminho, houve uma diferença nos valores grandes (na ordem de dez vezes), que talvez possa ser explicado pelas condições feitas o experimento. Lembrando que estas quatro equações os autores trabalharam com a umidade do café pergaminho variando de aproximadamente 1,0 a 0,15 kg água/kg de café seco.

Devido à faixa de valores trabalhado pelas Equações (3.15) a (3.18) estar fora do que foi trabalhado por Sfredo (2006) não se recomenda utiliza-los na simulação matemática em questão. Já a Equação (A.18), que descreve o perfil da condutividade térmica do fruto de café de acordo com a composição química do fruto, obteve valores superiores (variando na faixa de 0,27 a 0,57 W/m.°C) às outras equações apresentadas anteriormente e de outros autores (AFONSO JR et al., 2002 e EGGERS e PIETSCH, 2001).

Com isso, selecionou-se a Equação (3.14) para a modelagem da secagem do fruto de café, já que os resultados do mesmo se encontram na faixa de valores obtidos encontrados na literatura (AFONSO JR et al., 2002, EGGERS e PIETSCH, 2001 e BORÉM et al., 2002).

3.5 – Coeficiente de Difusão Molecular da Água nos Frutos de Café

Soares (1986) definiu o coeficiente de difusividade molecular da água no café (D) como produto da profundidade radial no interior do café pelo volume de água transferido por unidade de área da seção considerada, em um determinado intervalo de tempo. No estudo da secagem do café, Hernández-Díaz et al. (2008) utilizaram a Equação (2.19) para determinar a difusividade efetiva da água no semente de café durante a secagem do mesmo.

$$D = \exp\left(2,7085 - \frac{66856,4}{R_g \cdot T_{fc}} + 1,74 \frac{X_m}{X_0}\right) \quad (2.19)$$

A Equação (2.19), que é uma variação da equação de Arrhenius, é função da temperatura e umidade. Esta equação indica que a difusividade da água é afetada pela mudança estrutural do fruto durante a secagem. Na Figura 3.5, tem-se o comportamento da difusividade em função do conteúdo de umidade para as temperaturas de 30, 40 e 60 °C.

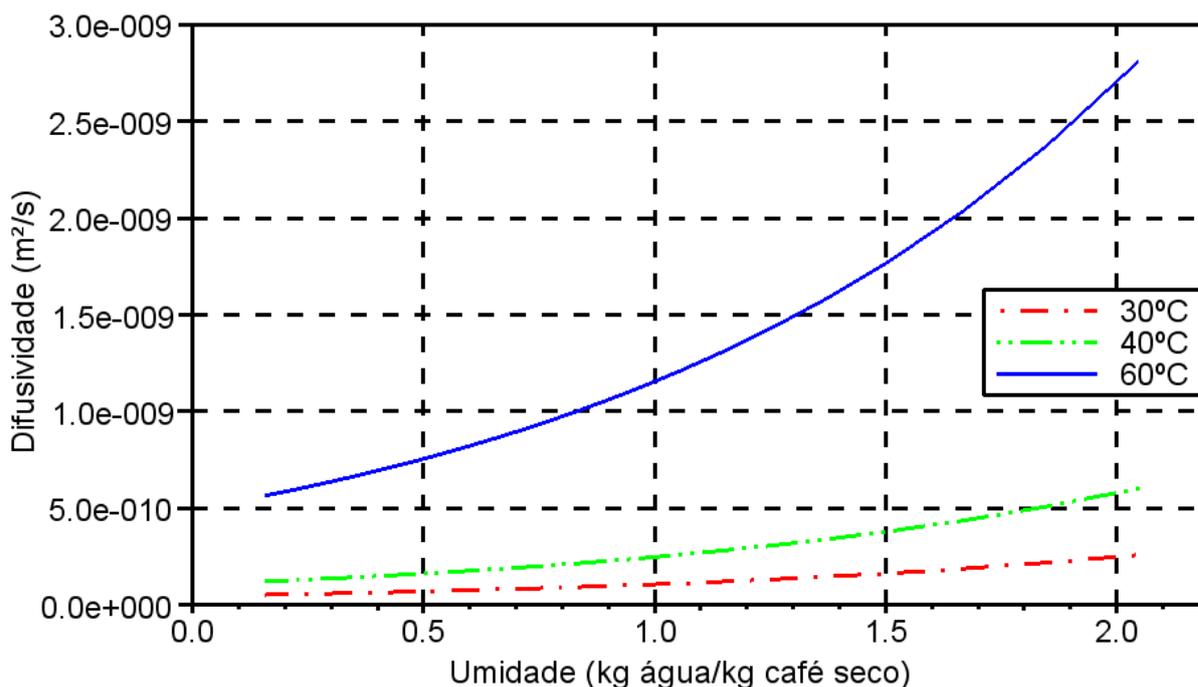


Figura 3.5 – Comportamento da difusividade molecular (Equação (2.19)) em função do conteúdo de umidade.

Na Figura 3.6 é apresentado os comportamentos das difusividades obtidos a partir das Equações (2.19) e (3.19), sendo esta última uma correlação obtida com os dados experimentais de Sfredo (2002) para o experimento com bandeja vibrada e temperatura do fruto de café a 45°C (Ensaio 2).

$$D = \exp\left(-12,541604 - \frac{8,7467 \cdot 10^6}{R_g \cdot (T_{fc} + 273,15)^2} - 0,32079 \cdot X_m^3\right) \quad (3.19)$$

Nota-se que os perfis das duas correlações são divergentes, sendo que o perfil da Equação (2.19) demonstra que o coeficiente de difusividade molecular no fruto de café diminui com a redução do conteúdo de umidade e na Equação (3.19) o coeficiente de difusividade molecular aumenta com a redução do conteúdo de umidade do fruto.

Esta diferença nos resultados pode ser explicada devido ao tipo de produto estudado pelos autores, uma vez que Hernández-Díaz et al. (2008) utilizaram semente de café e Sfredo (2002) utilizou o fruto de café. Assim, devido às várias camadas do fruto de café existe uma maior dificuldade de a água sair do café e conseqüentemente tem-se um menor valor da difusividade molecular da água no fruto de café. No entanto, ao final da secagem da Equação (3.19), tem-se um aumento da difusividade devido ao encolhimento do fruto que empurra a água para fora do fruto.

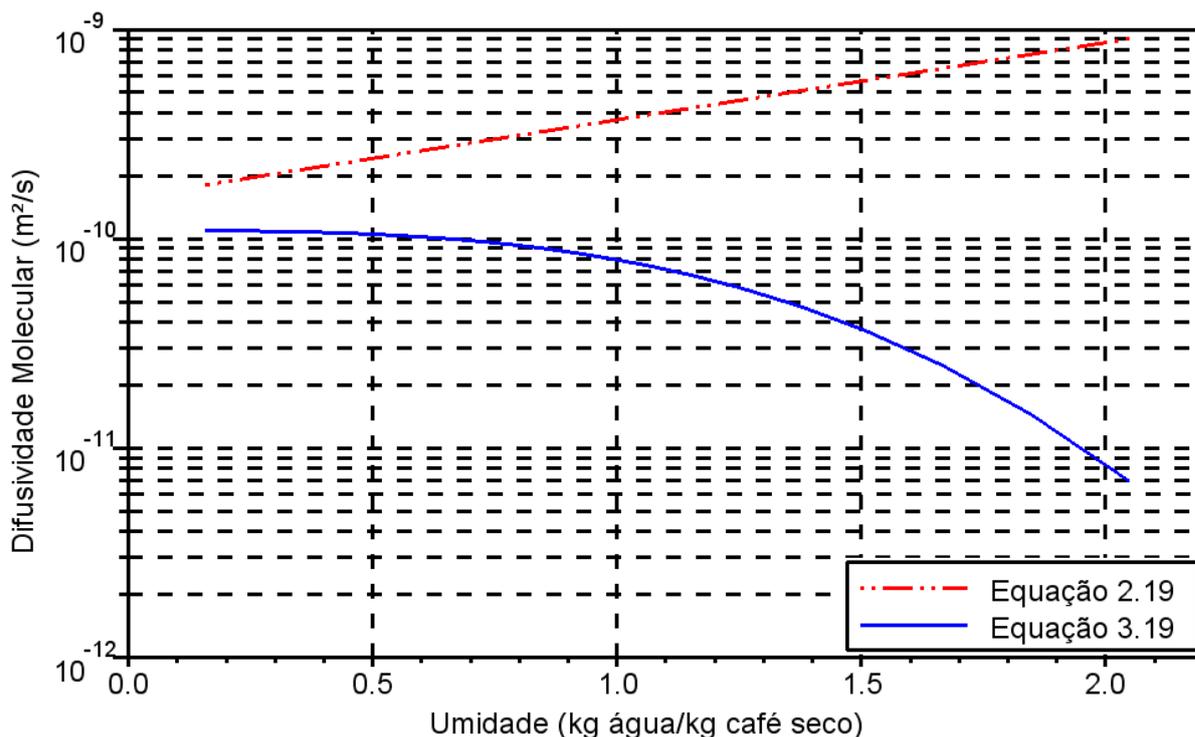


Figura 3.6 – Comportamento da difusividade molecular no fruto de café com a variação do conteúdo de umidade.

Assim, pelo fato da Equação (3.19) ter sido obtida a partir dos dados experimentais da secagem dos frutos de café, e não da semente de café conforme Equação (2.19), é mais adequado utilizá-la para a simulação em questão.

3.6 – Atividade da Água dos os Frutos de Café

Na secagem de alimentos, que requer grande atenção nos cuidados higiênicos, é necessário avaliar a disponibilidade de água dentro do alimento que favorece o crescimento de micro-organismos, a germinação de esporos e participação em diferentes tipos de reações (MUJUMDAR e DEVAHASTIN, 2.000).

Nos alimentos a água existe sob duas formas: “água livre” e “água combinada”. Os micro-organismos não conseguem desenvolver-se se não houver “água livre” no alimento, e o alimento torna-se então estável contra a deterioração microbiana (ANAGNOSTOPOULOS, 1979). Uma maneira, muito conhecida, de se obter esta estabilidade é a secagem deste alimento, eliminando (ou minimizando) assim a quantidade de “água livre” presente no alimento.

O teor de “água livre” no alimento é expresso pela atividade de água (a_w), que para baixas pressões e temperaturas, é dada pela relação (Equação (3.20)) entre a pressão de vapor de água em equilíbrio sobre o sólido úmido e a pressão de vapor de água pura, à mesma temperatura (MOHSENIN, 1996). A atividade da água também pode ser entendida como a umidade relativa do ar em equilíbrio com o produto na temperatura considerada.

$$a_w = \frac{P_{sup}^{vap}}{P_a^{vap}} \quad (3.20)$$

Iglesias e Chirife (1982) a partir de dados experimentais de vários autores ajustaram as curvas da atividade da água como função conteúdo de umidade de diversos alimentos. Para a semente de café a Equação (3.21) representa atividade da água no grão, obtida através de uma regressão não-linear. A Tabela 3.1 apresenta os coeficientes da Equação (3.21) para as temperaturas da semente de 25 e 35 °C (Figura 3.7).

$$a_w = \exp (a_1 / (X_m - a_2)) \quad (3.21)$$

Tabela 3.1 – Valores dos coeficientes da atividade de água para a Equação (3.21).

Coef.	Temperatura do Café	
	25 °C	35 °C
a_1	-0,026207	-0,026378
a_2	0,056763	0,054453

Iglesias e Chirife (1982) obtiveram correlações para as temperaturas de 25 e 35 °C, e com os resultados notou-se que os valores da atividade de água, para as temperaturas estudadas, são semelhantes. Com isso, utilizando um método de extrapolação, é razoável dizer que a atividade de água para uma faixa de temperatura de 40 a 45 °C seria próxima aos resultados destes autores para as temperaturas de 25 e 35 °C.

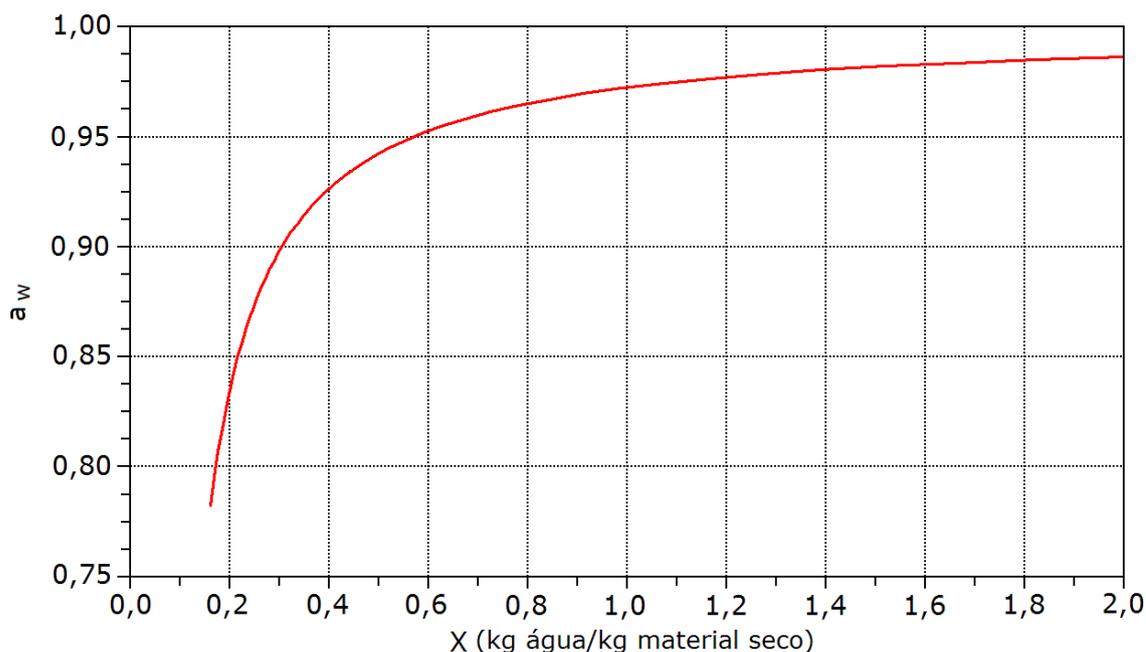


Figura 3.7 – Comportamento da atividade de água para os frutos de café com a umidade.

3.7 – Calor Latente de Evaporação da Água nos Frutos de Café

O calor latente de evaporação da água no fruto de café é definido como a quantidade de energia necessária para evaporar um quilograma de água. Para a água presente nos alimentos, normalmente se utiliza uma correlação do calor latente de evaporação da água como função do conteúdo de umidade presente no alimento e de sua temperatura.

Tal correlação para a semente de café (kJ/kg) foi correlacionada por Rossi e Roa (1980) apud Cavalcanti Mata (1999), sendo a temperatura em °C e o conteúdo de umidade do fruto em kg água / kg café seco (Equação (3.22)).

$$\lambda_{fc} = \left(597,6 - 0,57 \cdot (T_{fc} + 273,15) \right) \cdot \left(1 + 0,9036 \cdot \exp(-0,0603 \cdot X_m) \right) \frac{10}{4,2995} \quad (3.22)$$

A Figura 3.8 apresenta o perfil de comportamento do calor latente de evaporação da água nos frutos de café para as temperaturas de 20, 30 e 40 °C utilizando a Equação (3.22).

Hernández-Díaz et al. (2008) consideraram que o calor latente de evaporação igual ao da água pura e utilizou a Equação (3.23).

$$\lambda_{fc} = 2,501 \cdot 10^3 - 2,26 \cdot T_{fc} - 1,7 \cdot 10^{-3} \cdot T_{fc}^2 \quad (3.23)$$

sendo λ_{fc} em kJ/kg e a T_{fc} em °C.

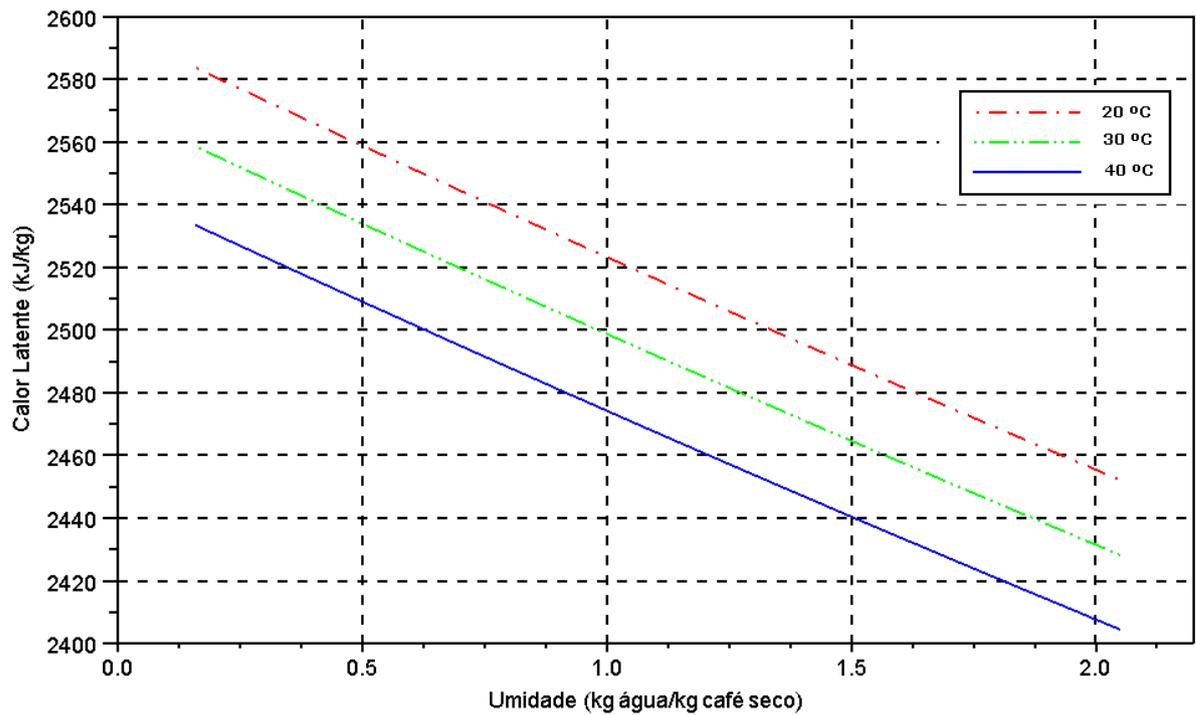


Figura 3.8 – Comportamento do calor latente de evaporação da água no fruto de café para as temperaturas de 20, 30 e 40 °C da Equação (3.22).

Pérez-Alégria et al. (2001b) utilizou a Equação (3.24) para calcular o calor latente de evaporação (kJ/kg) em seu trabalho de simulação da secagem das sementes de café. Nesta equação a faixa de valores da umidade variou de 0,4 a 2,0.

$$\lambda_{fc} = (2502,4 - 2,4295 \cdot T_{fc}) \cdot (1 + 1,1444 \cdot \exp(-21,6011 \cdot X_m)) \quad (3.24)$$

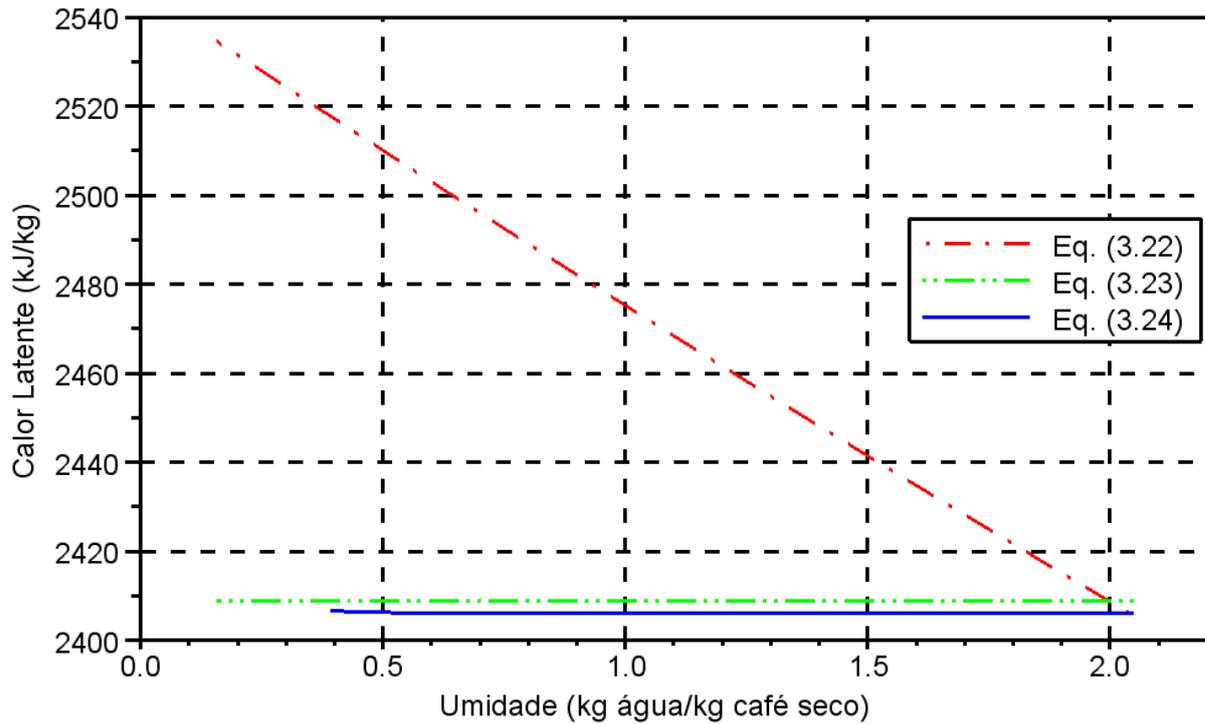


Figura 3.9 – Comportamento do calor latente de evaporação da água no fruto de café como função do seu conteúdo de umidade.

Percebe-se que o comportamento da Equação (3.22) é mais coerente que as demais, já que é necessário mais calor ao final da secagem para transformar a mesma quantidade de água em vapor, principalmente em se tratando do fruto de café por causa de suas camadas internas. Assim, na modelagem utilizou-se a Equação (3.22).

3.8 – Viscosidade Dinâmica do Ar

Para um ar úmido, deve-se utilizar uma correlação entre a viscosidade do ar seco e a viscosidade do vapor de água na temperatura do ar, sendo assim, a correlação seria função da temperatura do ar e da proporção mássica de vapor de água presente no ar. No entanto, a diferença nos valores da viscosidade do ar seco com o ar úmido (até 50%) fica em menos de 1%, portanto, optou-se em utilizar apenas a equação da viscosidade do ar seco. Para isso, utilizou-se a Equação (3.25) escrita por Perry (1999) para descrever a viscosidade do ar seco (kg/m.s). Os resultados são apresentados na Figura 3.10.

$$\mu_{ar} = 3.02 \cdot 10^{-6} + 5.655 \cdot 10^{-8} \cdot (T_{ar} + 273,15) + -1.7284 \cdot 10^{-11} \cdot (T_{ar} + 273,15)^2 \quad (3.25)$$

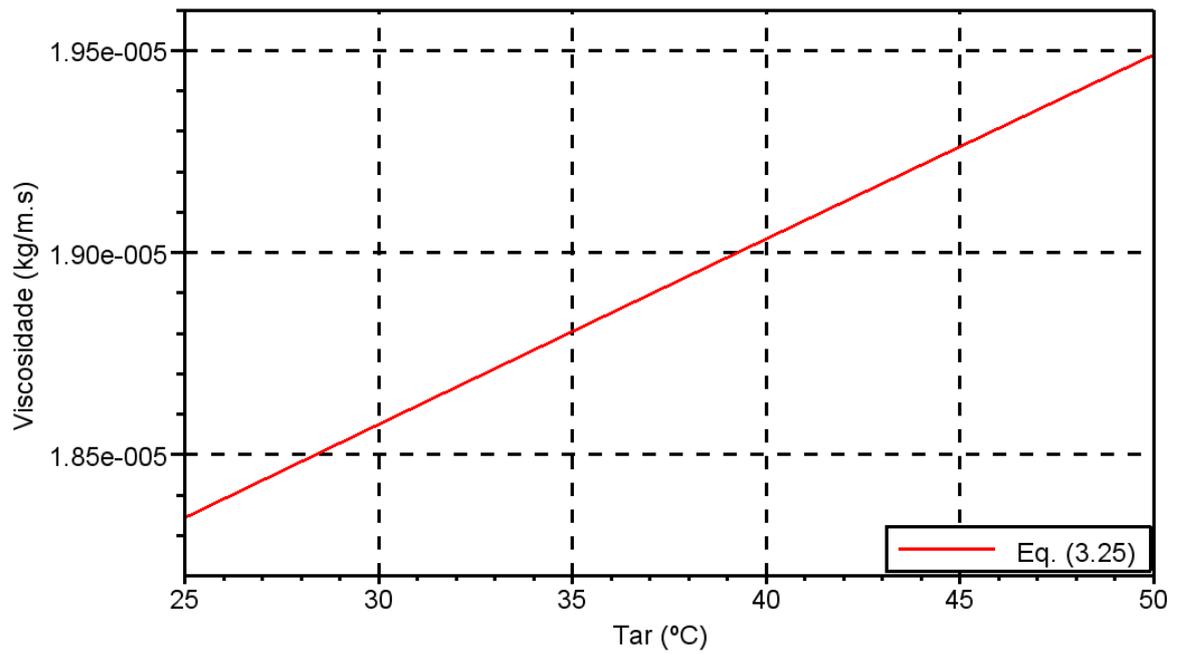


Figura 3.10 – Comportamento da viscosidade dinâmica do ar com a temperatura.

CAPÍTULO 4

ADIMENSIONAIS NA SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ EM SECADOR DE BANDEJAS VIBRADAS

4.1 – Introdução

A análise dimensional é uma ferramenta poderosa para o planejamento de experimentos, reduzindo significativamente sua complexidade e com isto, o custo da experimentação, seja ela física ou numérica, e para a apresentação de resultados experimentais, através da redução matematicamente organizada dos dados obtidos.

Na análise dimensional as dimensões precisam ser estabelecidas como fundamentais, com todas as outras dimensões sendo expressas em termos desta. As dimensões fundamentais são o comprimento (L), o tempo (T), a massa (M) e a temperatura (θ). O comprimento, simbolizado por L tem-se as dimensões da área e do volume que são expressas como L^2 e L^3 , respectivamente. O tempo, simbolizado por T , incluído na velocidade e aceleração que são expressas como $L T^{-1}$ e $L T^{-2}$, respectivamente (BRAGA FILHO, 1998).

Já a massa, simbolizada por M , tem-se como exemplo a densidade do qual é expressa como $M L^{-3}$. A Segunda Lei de Newton do Movimento fornece a relação entre força e massa, sendo que a força é expressa dimensionalmente como $F = M a$, assim: $M L T^{-2}$. Alguns textos revertem esse procedimento e consideram a força sendo uma dimensão fundamental, com a massa expressa em termos de F , L e T (BRAGA FILHO, 1998).

Todas as variáveis da equação de transferência da quantidade de movimento podem ser expressas em termos de M , L e T . A análise dos problemas envolvendo energia requer a adição de uma nova dimensão fundamental, a temperatura (θ). Das variáveis que utilizam a temperatura pode-se citar o calor específico ($L^2 T^{-2} \theta^{-1}$), a condutividade térmica ($M L T^{-3} \theta^{-1}$) e o coeficiente de transferência convectiva de calor ($M T^{-3} \theta^{-1}$).

Algumas das mais importantes variáveis de transferência de movimento, massa e energia e suas representações dimensionais em termos de M , L e T são dadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Variáveis Importantes para a transferência de movimento, massa e energia (Adaptado de PERRY, 1999).

Variáveis	Símbolo	Dimensão
massa	M	M
comprimento	L	L
tempo	t	T
temperatura	T	θ
velocidade	v	L/t
aceleração da gravidade	g	L/T^2
força	F	$M L/T^2$
pressão	P	$M/L T^2$
densidade	ρ	M/L^3
viscosidade	μ	$M/L T$
calor específico	C_p	$L^2 T^{-2} \theta^{-1}$
condutividade térmica	K	$M L T^{-3} \theta^{-1}$
difusividade mássica	D	$M^2 T^{-1}$
difusividade térmica	α	$M^2 T^{-1}$
coeficiente de transferência de massa	h_m	MT^{-1}
coeficiente de transferência de calor	h_c	$M T^{-3} \theta^{-1}$

4.2 – Análise Dimensional

A análise dimensional é uma técnica por meio da qual é aplicada a Teoria dos Modelos. Mediante essa análise podem ser deduzidas informações acerca de um determinado fenômeno, considerando-se que certo fenômeno pode ser descrito por uma equação

dimensionalmente correta entre certas variáveis que influenciam no sistema. O objetivo final é determinar os critérios de semelhança (MESA PÉREZ, 2004).

Nas equações físicas, podem-se encontrar três tipos de magnitudes: variáveis físicas, constantes numéricas e constantes dimensionais. As constantes numéricas não têm dimensão e seu valor permanece invariável quando se mudam as unidades de medida.

Na análise dimensional, é fundamental o seguinte teorema: *“Toda equação dimensionalmente homogênea pode ser expressa como uma função zero de grupos adimensionais de variáveis e constantes dimensionais”*. A base fundamental desse procedimento é o chamado Teorema de Buckingham (ROSABAL, 1988, apud MESA PÉREZ, 2004).

4.2.1 – O Teorema de Buckingham

O passo inicial para a aplicação do Teorema de Buckingham requer a listagem das variáveis significantes do problema. Isso é necessário para determinar o número de parâmetros adimensionais entre as variáveis combinadas. O procedimento geral pra obtenção dos números adimensionais relevantes (π grupos) a um dado problema é o seguinte (MESA PÉREZ, 2004):

- a. listam-se as variáveis relevantes ao problema (n_v).
- b. seleciona-se um sistema básico de dimensões ($M L T$ ou $F L T$).
- c. constrói-se a matriz dimensional das variáveis envolvidas. Os elementos da matriz dimensional são os expoentes a que estão elevados cada um dos termos da representação dimensional da variável.
- d. determina-se o posto (*rank*) da matriz dimensional, que é a ordem do maior determinante não nulo subentendido pela matriz (r).
- e. calcula-se o número de grupos adimensionais relevantes (n_π , π grupos).

$$n_\pi = n_v - r \quad (4.1)$$

- f. escolhe-se o núcleo de variáveis que consiste de um subgrupo de r variáveis que deve necessariamente conter todas as dimensões envolvidas no problema. É aconselhável, sempre que possível, escolher uma variável geométrica, uma cinemática e uma dinâmica para comporem o núcleo.

- g. resolve-se o sistema de equações dimensionais obtido a partir da combinação das variáveis que compõem o núcleo com cada uma das variáveis restantes e obtêm-se os π grupos.
- h. verifica-se a independência dos π grupos.

Tabela 4.2 – Grupo de adimensionais (Adaptado de PERRY, 1999).

Número de Biot	Bi	$h_c \cdot a_{vs}/K$
Número de Froude	Fr	$v^2/L \cdot g$
Número de Lewis	Le	$K/\rho_s \cdot c_p \cdot D = Sc/Pr$
Número de Nusselt	Nu	$h_c \cdot d_s/K_{ar}$
Número de Peclet	Pe	$d_s \cdot v \cdot \rho_g \cdot c_p/K = Re \cdot Sc$
Número de Prandtl	Pr	$c_p \cdot \mu_g/K_s$
Número de Reynolds	Re	$d_s \cdot v \cdot \rho_g/\mu_g$
Número de Sherwood	Sh	$h_m \cdot d_s/D$
Número de Schmidt	Sc	$\mu_g/\rho_g \cdot D$

4.2.2 – Análise Dimensional para Identificar as Variáveis que Governam o Sistema aplicando-se o Teorema de Buckingham: Secagem dos Frutos de Café

Os comportamentos térmicos e fluidodinâmicos em um secador de bandejas vibradas dependem, principalmente, da velocidade do café (v), da velocidade do ar (u_{ar}), do diâmetro do fruto de café (d_{fc}), da aceleração da gravidade (g), da densidade absoluta do fruto de café (ρ_r), da densidade do ar (ρ_{ar}), da aceleração vibracional (\ddot{x}), da viscosidade do ar de secagem (μ_{ar}), do coeficiente convectivo de transferência de calor (h_c), coeficiente de transferência de massa por convecção (h_m), do calor específico do fruto de café ($c_{p,fc}$), do calor específico do ar ($c_{p,ar}$), difusividade mássica da água no fruto de café (D), da condutividade térmica do fruto de café (K_{fc}) e da condutividade térmica do ar (K_{ar}).

Tomando-se como magnitudes fundamentais a massa M , o comprimento L , o tempo T e a temperatura θ , obtêm-se as seguintes expressões dimensionais:

$$\begin{aligned}
 [v] &= [L.T^{-1}] & [\mu_{ar}] &= [M.L^{-1}.T^{-1}] & [\rho_r] &= [M.L^{-3}] \\
 [\rho_{ar}] &= [M.L^{-3}] & [K_{ar}] &= [M.L.T^{-3}.\theta^{-1}] & [D] &= [L^2.T^{-1}] \\
 [u_{ar}] &= [L.T^{-1}] & [K_{fc}] &= [M.L.T^{-3}.\theta^{-1}] & [\ddot{x}] &= [L.T^{-2}] \\
 [d_{fc}] &= [L] & [h_m] &= [L.T^{-1}] & [h_c] &= [M.L^{-3}.\theta^{-1}] \\
 [c_{p,fc}] &= [L^2.T^{-2}.\theta^{-1}] & [c_{p,ar}] &= [L^2.T^{-2}.\theta^{-1}] & [g] &= [L.T^{-2}]
 \end{aligned}$$

A matriz dimensional assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix}
 & v & u_{ar} & d_{fc} & g & \ddot{x} & h_m & \mu_{ar} & h_c & K_{fc} & K_{ar} & c_{p,fc} & c_{p,ar} & \rho_r & \rho_{ar} & D \\
 M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 L & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & -3 & -3 & 2 \\
 T & -1 & -1 & 0 & -2 & -2 & -1 & -1 & -3 & -3 & -3 & -2 & -2 & 0 & 0 & -1 \\
 \theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

Com esta matriz avalia-se o posto (*rank*), neste caso igual a quatro, e o número de produtos adimensionais independentes será dado pela diferença entre o número de variáveis relevantes e o posto da matriz dimensional, fornecendo onze grupamentos adimensionais ($15 - 4 = 11$).

Para este problema foram escolhidos como variáveis do núcleo na determinação dos adimensionais: o diâmetro do fruto de café (d_{fc}) (variável geométrica), a densidade absoluta do fruto de café (ρ_r) (variável dinâmica), a velocidade do café (v) (variável cinemática) e o calor específico ($c_{p,fc}$) (variável térmica). Lembrando que, pode-se adotar outras variáveis para determinação dos adimensionais desde que atenda à característica do tipo de variável.

A resolução de um dos sistemas de equações dimensionais para a aceleração da gravidade (g) é apresentada a seguir para ilustração da metodologia.

$$\pi_1 = d_{fc}^{a_1} \cdot \rho_r^{a_2} \cdot v^{a_3} \cdot c_{p,fc}^{a_4} \cdot g \Rightarrow \begin{cases} M: 0 = 0 \times a_1 + 1 \times a_2 + 0 \times a_3 + 0 \times a_4 + 0 \\ L: 0 = 1 \times a_1 - 3 \times a_2 + 1 \times a_3 + 2 \times a_4 + 1 \\ T: 0 = 0 \times a_1 + 0 \times a_2 - 1 \times a_3 - 2 \times a_4 - 2 \\ \theta: 0 = 0 \times a_1 + 0 \times a_2 + 0 \times a_3 - 1 \times a_4 + 0 \end{cases}$$

Resolvendo o referido sistema, tem-se o seguinte grupo adimensional.

$$\pi_1 = \frac{g \cdot d_{fc}}{v^2} \Rightarrow Fr_L = \frac{v^2}{g \cdot d_{fc}} \quad (4.2)$$

Seguindo o mesmo procedimento para obtenção dos grupos adimensionais, tem-se:

$$\pi_2 = \frac{u_{ar}}{v} \quad (4.3) \quad \pi_3 = \frac{K_{fc}}{K_{ar}} \quad (4.4)$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_r}{\rho_{ar}} \quad (4.5) \quad \pi_5 = \frac{c_{p,fc}}{c_{p,ar}} \quad (4.6)$$

$$\pi_6 = \frac{\ddot{x} \cdot d_{fc}}{v^2} \quad (4.7) \quad \pi_7 = \frac{h_m}{v} \quad (4.8)$$

$$\pi_8 = \frac{d_{fc} \cdot v \cdot \rho_{ar}}{\mu_{ar}} \quad (4.9) \quad \pi_9 = \frac{K_{ar}}{d_{fc} \cdot v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}} \quad (4.10)$$

$$\pi_{10} = \frac{h_c}{v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}} \quad (4.11) \quad \pi_{11} = \frac{D}{d_{fc} \cdot v} \quad (4.12)$$

Qualquer outra solução do sistema é uma combinação linear dos 11 grupos encontrados acima. Do mesmo modo, qualquer outro grupamento adimensional será um produto de potências dos 11 grupos encontrados.

Combinando os adimensionais π_1 e π_6 , obtém-se o adimensional de vibração Γ .

$$\Gamma = \frac{\ddot{x}}{g} = \frac{A \omega^2}{g} \quad (4.13)$$

Outras combinações importantes utilizadas são:

$$\frac{\pi_{10}}{\pi_9} = \frac{h_c}{v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}} \times \frac{d_{fc} \cdot v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}}{K_{ar}} = Nu = \frac{h_c d_{fc}}{K_{ar}} \quad (4.14)$$

$$\frac{\pi_{10}}{\pi_9 \pi_3} = \frac{h_c}{v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}} \times \frac{d_{fc} \cdot v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}}{K_{ar}} \times \frac{K_{ar}}{K_{fc}} = Bi = \frac{h_c d_{fc}}{K_{fc}} \quad (4.15)$$

$$\pi_2 \times \pi_8 = Re = \frac{d_{fc} u_{ar} \rho_{ar}}{\mu_{ar}} \quad (4.16)$$

$$\frac{\pi_8}{\pi_9} = \frac{\mu_{ar}}{d_{fc} v \rho_r} \times \frac{d_{fc} \cdot v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}}{K_{ar}} = \frac{\mu_{ar} \cdot c_{p,fc} \rho_r}{K_{ar} \rho_r} = \frac{v}{\alpha} = Pr \quad (4.17)$$

$$\frac{\pi_4 \pi_5 \pi_9}{\pi_2} = \frac{\rho_r}{\rho_{ar}} \times \frac{c_{p,fc}}{c_{p,ar}} \times \frac{K_{ar}}{d_{fc} \cdot v \cdot \rho_r \cdot c_{p,fc}} \times \frac{v}{u_{ar}} = Pe \quad (4.18)$$

$$\frac{\pi_7}{\pi_{11}} = \frac{h_m}{\nu} \times \frac{d_{fc} \cdot \nu}{D} = Sh \quad (4.19)$$

As variáveis escolhidas para este problema resultaram em oito adimensionais bastante utilizados para estudos de secagem de alimentos. Para os estudos posteriores, foram selecionados alguns destes adimensionais para o desenvolvimento de uma correlação que descreve a operação de secagem dos frutos de café no secador.

4.3 – Adimensionais na Secagem de Frutos de Café

Esta parte do trabalho tem como objetivo calcular e correlacionar os valores de alguns dos adimensionais, obtidos no estudo realizado anteriormente, que incluem os parâmetros utilizados pelo Experimento 1 na secagem realizada por Sfredo (2006).

Na Tabela 4.3 exemplificam-se alguns adimensionais encontrados em problemas de fenômenos de transporte e que serão utilizados nesse estudo.

Tabela 4.3 – Grupos adimensionais

Número de Nusselt	Nu	$h_c \cdot d_s / K_{ar}$
Número de Reynolds	Re	$d_s \cdot u_{ar} \cdot \rho_{ar} / \mu_{ar}$
Adimensional de vibração	Γ	$A \cdot \omega^2 / g$

Na área de secagem de alimentos, diversos autores desenvolveram correlações com números adimensionais que tentam melhor exemplificar o seu estudo. O número de Nusselt é considerado como um dos mais importantes adimensionais para a área de secagem, sendo definido pela Equação (4.20). Este número adimensional quantifica a relação entre a transferência de calor por convecção e por condução.

Sbrodov (1967) propôs uma correlação para o número Nusselt (Equação (2.9)), a qual pode ser aplicada para a secagem de grãos de diversos cereais em um secador contínuo vibrado.

$$Nu = \frac{\text{transf. calor convectivo}}{\text{transf. calor condutivo}} = \frac{h_c d_s}{K_{ar}} \quad (4.20)$$

$$Nu_p = 0,142 \cdot Re_p \cdot (\Gamma)^{0,04} \quad (2.9)$$

em que:

$$\Gamma = A \cdot \omega^2 / g \quad (2.10)$$

$$Re_p = \frac{G_{ar} \cdot d_s}{\mu_{ar}} \quad (4.21)$$

$$G_{ar} = \rho_{ar} \cdot u_{ar} \quad (4.22)$$

$$u_{ar} = \frac{Q_{ar}}{A_t \cdot \rho_{ar}} \quad (4.23)$$

$$A_t = L_1 \cdot L_2 \quad (4.24)$$

$$\rho_{ar} = \frac{M_{ar} \cdot P}{R_g \cdot (T_{ar} + 273,15)} \quad (4.25)$$

sendo Q_{ar} a vazão mássica de ar (kg de ar/min), T_{ar} a temperatura do ar de secagem (°C), R_g a constante universal dos gases (N.m/mol.K), P a pressão do ambiente (kPa), M_{ar} o peso molecular do ar (kg/mol), L_1 e L_2 as dimensões do secador (m), A_t área da secção transversal do secador (m²), u_{ar} a velocidade do ar no secador (m/s), G_{ar} o fluxo mássico do ar (kg/m².s), d_s o diâmetro médio da partícula (m) que no estudo em questão representa o diâmetro médio do fruto de café (d_{fc}) (Equação (2.33)), Re_p o Número de Reynolds da partícula, μ_{ar} a viscosidade dinâmica do ar (kg/m.s) (Equação (4.21)), A a amplitude vibracional (m), ω a frequência angular (1/s) e g a aceleração da gravidade (m/s²).

$$d_{fc} = 1,1681 \cdot 10^{-2} + 0,0449 \cdot 10^{-2} \cdot \exp\left(\frac{X_m}{1,1374}\right) \quad (2.33)$$

A seguir, na Tabela 4.4, estão discriminados alguns parâmetros utilizados nos cálculos para obtenção dos grupos adimensionais. Estes parâmetros foram obtidos a partir dos dados do Experimento 1 de Sfredo (2006).

Tabela 4.4 – Parâmetros utilizados para obtenção dos grupos adimensionais

$Q_{ar} = 5,25 \text{ kg de ar/min}$	$R_g = 8,314 \text{ N.m/mol.K}$
$L_1 = 0,29 \text{ m}$	$M_{ar} = 28,8358 \times 10^3 \text{ kg/mol}$
$L_2 = 0,18 \text{ m}$	$g = 9,8 \text{ m/s}^2$
$P = 82,834 \text{ kPa}$	$H_0 = 11,5 \text{ kg}$
$T_{ar} = 41,1 \text{ }^\circ\text{C}$	

No Capítulo 2, na descrição do secador de café, foi definido que a vazão de ar secagem era 7 kg de ar/min. Segundo Sfredo (2006), neste ar de secagem, cerca de 25% da vazão de ar admitida no secador era desviada pela calha de descarga dos frutos de café no secador, sendo assim, a vazão de ar efetivo no secador foi de 5,25 kg de ar/min.

O adimensional de vibração (Equação (4.26)) foi correlacionado por meio de dados experimentais obtidos por Sfredo (2006), para os quais se ajustou um polinômio de segundo grau. Esta equação foi ajustada para o intervalo de confiança de 95% e o coeficiente de correlação obtido foi de 0,935.

$$\Gamma = -0,30581 + 11,6739.X_m - 2,4006.X_m^2 \quad (4.26)$$

A Equação (4.27) descrita a seguir foi correlacionada a partir dos dados experimentais obtidos por Sfredo (2006), e indicam o conteúdo de umidade médio, X_m , em função do tempo, t . Esta equação foi ajustada para o intervalo de confiança de 95% e o coeficiente de correlação obtido foi de 0,993.

$$X_m = 1/(0,4883 + 0,0454.t + 0,0075.t^{1,5}) \quad (4.27)$$

Na Equação (2.7), reportada por Sfredo (2002), dX_m/dt é a taxa média de secagem (kg água/kg café seco.s); S é a massa dos frutos de café secos (kg); λ_{fc} é o calor latente de vaporização da água na temperatura do fruto (kJ/kg água); T_{ar} e T_{fc} são a temperatura média do ar de secagem (°C) e a temperatura na superfície do fruto (°C), respectivamente; A_{fc} é a área superficial de secagem dos frutos de café (m²), a qual varia em função do conteúdo de umidade dos mesmos.

$$h_c = \frac{(-dX_m/dt).S.\lambda_{fc}}{A_{fc}.(T_{ar} - T_{fc})} \quad (2.7)$$

Para a temperatura dos frutos de café foi utilizado o valor médio obtido por Sfredo (2006), já que este parâmetro foi controlado durante a secagem e foi de aproximadamente 40 °C. Assim, o valor médio da temperatura do fruto de café adotado foi de 39,3 °C.

A condutividade térmica do ar (W/m.K) utilizada foi da Equação (4.28) obtida por Geankoplis (1978).

$$K_{ar} = 8,4044 \times 10^{-5} + 4,63 \times 10^{-5}.(T_{ar} + 273,15) \quad (4.28)$$

O calor latente de vaporização da água contida nos frutos de café (Equação (3.22)) foi correlacionado por Cavalcanti Mata (1999).

$$\lambda_{fc} = (597,6 - 0,57 T_{fc})(1 + 0,9036 \exp(-0,0603 X_m)) \left(\frac{10}{4,2995} \right) \quad (3.22)$$

A área superficial dos frutos de café, A_{fc} , (m^2) foi determinada multiplicando-se os valores da área superficial específica dos frutos de café, a_p , (cm^2/g), proposta por Banzatto (2000), pela sua massa úmida ao longo de toda secagem, H , (kg).

$$A_{fc} = \frac{H \cdot a_p}{10} \quad (4.29)$$

$$H = S + H_0 \cdot U \quad (4.30)$$

$$a_p = 6,86 \cdot (0,45 \cdot X_m + 0,13)^{0,45} \quad (4.31)$$

A massa dos frutos de café seco, S (kg café seco), pode ser calculada pela seguinte equação:

$$S = H_0 \cdot (1 - U_0) \quad (4.32)$$

sendo H_0 a massa úmida dos frutos de café no tempo inicial e U_0 é a umidade do fruto de café em base úmida (kg água / kg café úmido).

Com isso, pode-se obter uma correlação com os dados experimentais de Sfredo (2006) relacionando o número de Nusselt com o número de Reynolds da partícula, o número adimensional de vibração e o conteúdo de umidade do fruto de café (Equação (4.33)) (intervalo de confiança de 95% e coeficiente de correlação igual a 0,9999).

$$Nu_e = Re_p^{-0,1215} \cdot \Gamma^{1,1684} \cdot \left(\frac{X_m}{X_0} \right)^{-0,0796} \quad (4.33)$$

A retirada de X_m/X_0 na Equação (4.33) praticamente não influencia nos resultados de Nusselt. Isso é explicado pelo fato de o adimensional de vibração (Γ) ser uma variável dependente do conteúdo de umidade do fruto de café. Portanto a supressão de X_m/X_0 da correlação do número de Nu não conduz a ausência de informação do processo. Contudo, para mostrar que X_m/X_0 influencia no cálculo (apesar de estar implícito dentro de Γ) optou-se por utilizar neste trabalho a correlação incluindo os adimensionais X_m/X_0 e Γ .

4.3.1 – Resultados Obtidos

Os valores obtidos pela Equação (2.7) para o experimento de Sfredo (2006) estão apresentados na Figura 4.1. No início da secagem o valor médio do coeficiente de transferência de calor é de 15,3 W/m².°C e no final da secagem o valor médio é de 2,0

$W/m^2 \cdot ^\circ C$. Estes valores quando comparados ao obtidos por Sfredo (2002), para uma temperatura média dos frutos de café de $45^\circ C$ e com dois experimentos (com e sem vibração), são coerentes já que os valores encontrados pelo autor ficam na faixa de 11,0 e 1,0 $W/m^2 \cdot ^\circ C$ para o experimento envolvendo vibração e valores entre 9,0 e 1,0 $W/m^2 \cdot ^\circ C$ para o experimento sem vibração numa mesma faixa de valores do conteúdo de umidade dos frutos de café.

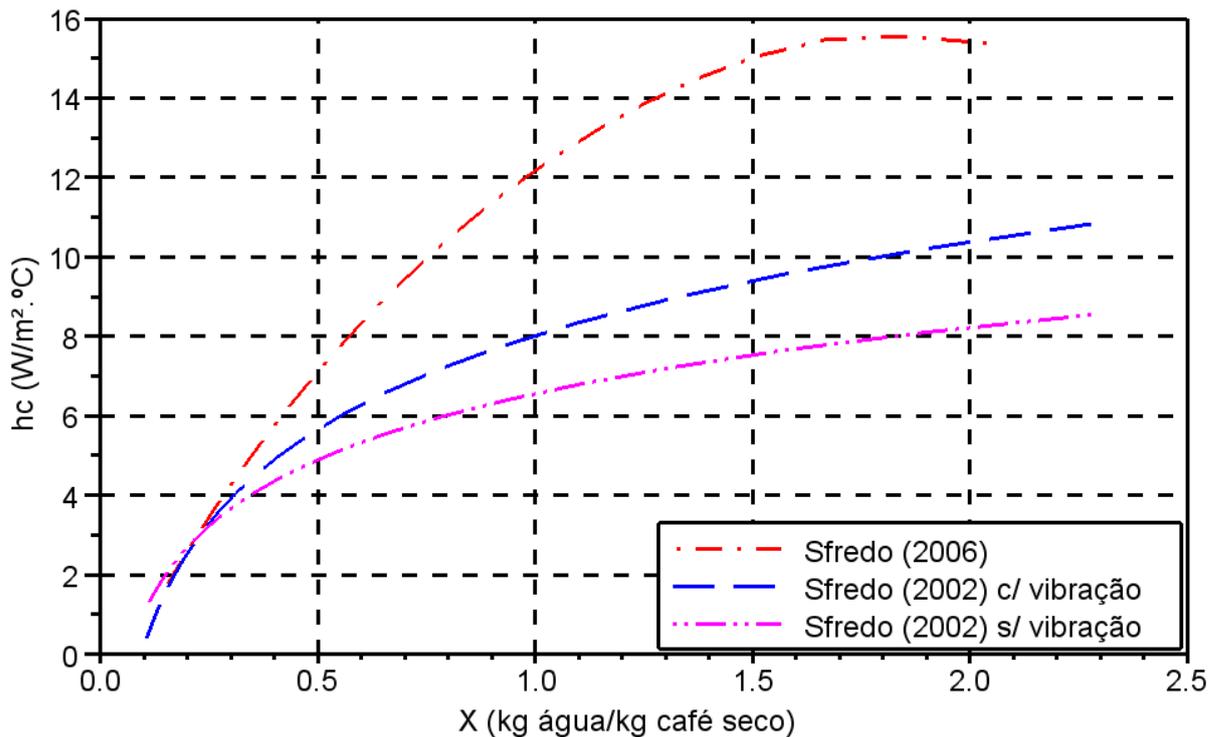


Figura 4.1 – Comportamento do coeficiente de transferência de calor em função do conteúdo de umidade do fruto de café.

Nos experimentos de Sbrodov (1967), Re_p variou na faixa de 10 a 100 e Nu na faixa de 2 a 10 (Figura 4.2).

Os resultados obtidos pelos experimentos de Sfredo (2006) situam-se numa faixa de número de Nusselt de 0,8 a 8,3 e valores de Reynolds de 1.090 a 1.280 (ver Figura 4.3). O número de Reynolds encontra-se numa faixa com valores 10 vezes superiores aos obtidos por Sbrodov (1967).

A Figura 4.3 mostra a dependência do número de Nusselt com número de Reynolds mantendo-se os valores do adimensional de vibração constantes em 2,5; 7,5 e 13, sendo estes valores o maior, menor e intermediário valores obtidos no experimento de Sfredo (2006). O mesmo se refere à Figura 4.5, indicando a influência do adimensional de vibração nos valores

do número de Nusselt para valores de Reynolds constantes. Como podem ser observadas, as Equações (4.27) a (4.32), são, diretamente, funções da umidade, com isso pode-se obter o comportamento de Nu em função da umidade (Figura 4.5) para as duas equações (Equação (4.20) e (4.33)).

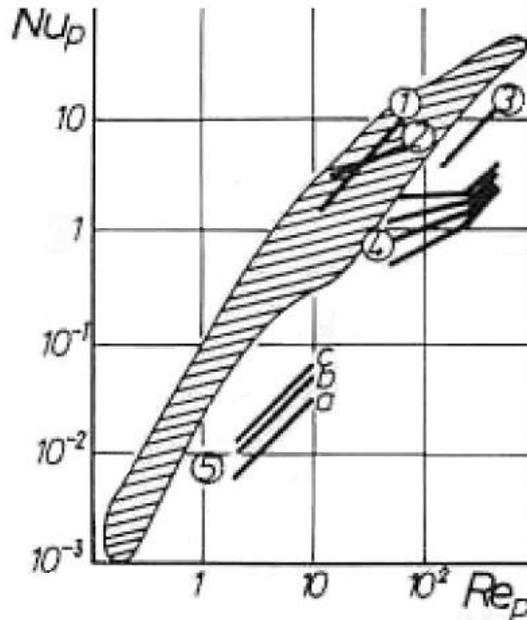


Figura 4.2 – Comparação das correlações de transferência de calor gás-partícula para bandejas vibro-fluidizadas e bandejas fluidizadas (área hachurada): 1 – SBRODOV (1967), 2 – CHLENOV, MIKHAILOV (1967), 3 – KAVETSKII et al. (1977), 4 – CHOC (1975), 5 – PAKOWSKI (1981), (a: $\Gamma = 2$, b: $\Gamma = 4$, c: $\Gamma = 6$) (PAKOWSKI, 1984).

No estudo atual, o número de Reynolds varia pouco, devido ao encolhimento do fruto de café e de pequenas variações na temperatura do ar de secagem, lembrando que o parâmetro de controle foi a temperatura do fruto de café, fixada em $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Assim, à medida que a secagem prossegue, ocorre encolhimento do fruto de café. A taxa de secagem também diminui à medida que a secagem acontece. Estas duas contribuições atuam em sentidos diferentes. A taxa de secagem diminui mais rapidamente do que o encolhimento dos frutos de café. Isso explica o porquê do número de Nu diminuir com o aumento do número de Re (Figura 4.3), comportamento contrário ao observado pelos dados apresentados na Figura 4.2.

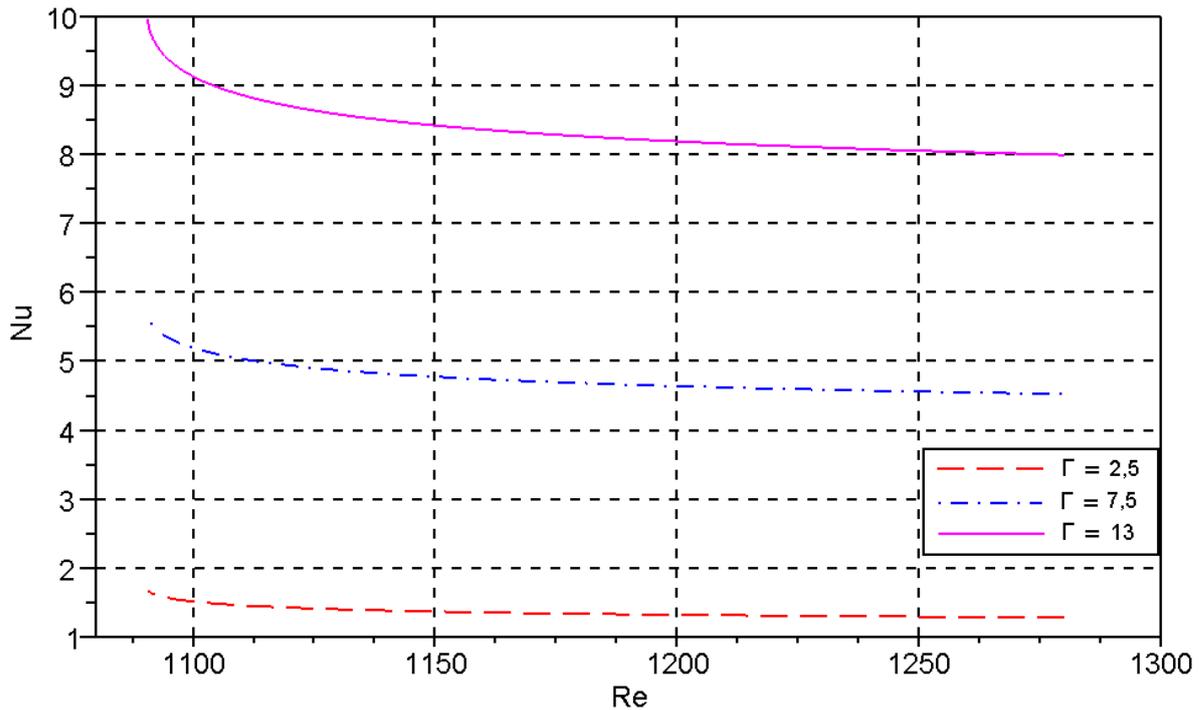


Figura 4.3 – Valores obtidos de Nusselt e Reynolds para valores constantes do adimensional de vibração (Equação (4.33)).

A influência do adimensional de vibração, Γ , foi observada sobre o número de Nusselt. O escoamento dos frutos de café depende da vibração do leito. No início da secagem a vibração tem que ser mais intensa para vencer a pegajosidade dos frutos de café muito úmidos. Em etapas mais avançadas de secagem a intensidade vibracional tem que ser menor, pois as partículas se tornam muito fluidas e se a vibração for expressiva, não se forma um leito deslizante sobre as bandejas.

Para o adimensional X_m/X_0 tem pouca representação quando explícito na correlação pelo fato que o adimensional de vibração já ser dependente do conteúdo de umidade do fruto de café, conseqüentemente, o seu expoente na Equação (4.33) se aproxima de zero, que para este caso possui pouca importância nos valores de Nu durante a secagem.

Como já citado, o ajuste dos dados experimentais de Sbrodov (1967) de um secador contínuo, a secagem dos grãos é feita de maneira contínua do início ao final da secagem. Já o secador utilizado por Sfredo (2006) opera em batelada com recirculação do fruto de café pela tubulação de reciclo e do alimentador de grãos no topo do secador, havendo assim períodos em que os frutos de café ficam sem influência das variáveis principais de secagem (ar de secagem e vibração). O coeficiente convectivo efetivo médio de transferência de calor é inferior aos obtidos em sistemas contínuos onde acontece o contato permanente do ar de secagem com as partículas. Outra característica importante deste secador é que influencia no

menor valor do coeficiente convectivo de transferência de calor é a existência de vertedouros onde os frutos de café permanecem por um período de tempo com pouco contato com o ar de secagem.

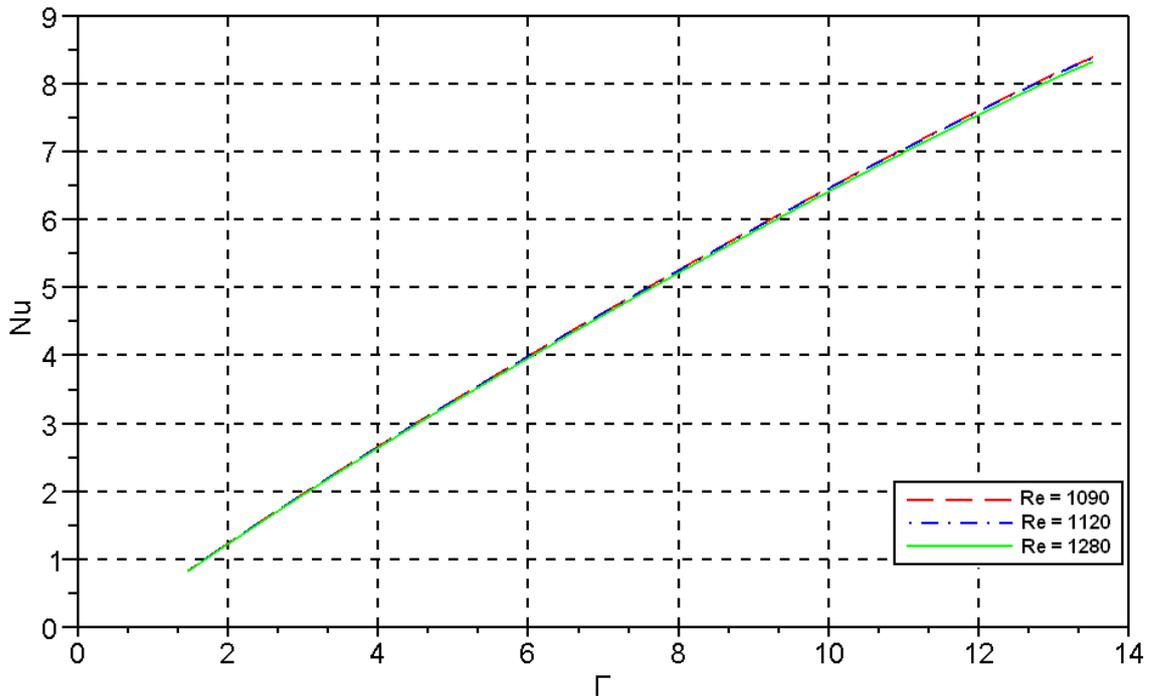


Figura 4.4 – Valores obtidos de Nusselt e adimensional de vibração para valores constantes de número de Reynolds (Equação (4.33)).

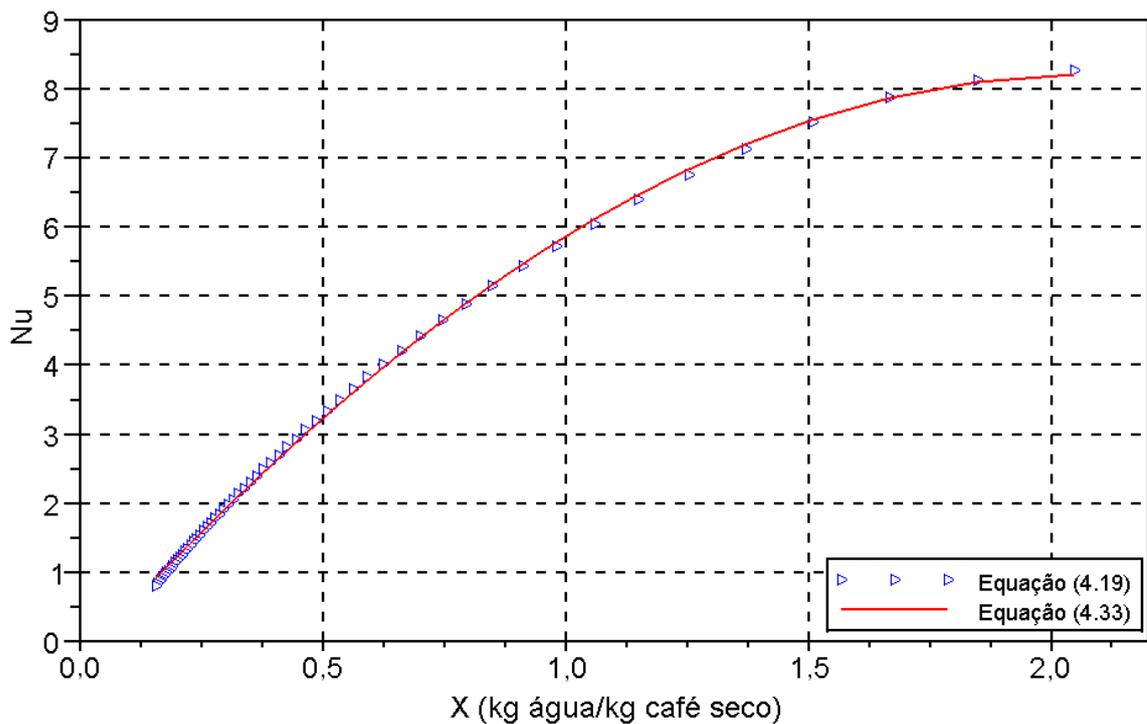


Figura 4.5 – Comportamento do número de Nusselt em função do conteúdo de umidade do fruto de café.

Outros fatores que também influenciaram na diferenciação dos resultados de secagem dos dois autores são a diferença no número de Reynolds e no diâmetro das partículas e o menor conteúdo de umidade dos grãos estudados por Sbrodov (1967).

Sabe-se pela literatura que o conteúdo de umidade do fruto de café na colheita é maior quando comparado ao dos cereais de modo geral (milho, cevada, arroz, soja). Sfredo (2006) obteve um conteúdo de umidade do fruto de café inicial em torno 66%, em base úmida. Valores semelhantes também foram obtidos por Borém (2002), com média de 55% b.u., para cinco variedades de café arábica e Pérez-Alégria et al. (2001) (56%). Cavalcanti Mata (1999) simula a secagem com 20% b.u. (25% b.s.) para diversos grãos. Fregolente (2004), na estimativa das propriedades térmicas efetivas de grãos (soja, feijão, milho e trigo) em um secador de leito fixo, utilizou a umidade inicial (b.s.) dos grãos de soja, feijão, milho e trigo com valores de 9,99% (9,08% b.u.), 15,2% (13,2% b.u.), 13,4% (11,8% b.u.) e 13,2% (11,7% b.u.), respectivamente. Boeri (2007) na simulação da secagem de grãos de soja utilizou umidade inicial igual a 31% b.u. Como pode ser visto os valores do conteúdo de umidade desses cereais após colheita são menores comparados com os do café.

O café no início de sua secagem tem um conteúdo de umidade muito maior, e parte dessa umidade é denominada de umidade livre, outra parte é a umidade ligada osmoticamente (ligações fracas) e, também, existe a umidade ligada por adsorção.

Existe a resistência da casca à transferência de massa, a qual atua em conjunto com a resistência à transferência de massa de grãos muito secos (a taxa de secagem do café é menor no final da secagem devido à estrutura e fixação da água nos grãos).

No início da secagem o fruto de café possui um comportamento fenomenológico que se aproxima de taxa de secagem constante e ao final da secagem ele possui um comportamento similar ao de cereais que possuem pequeno conteúdo de umidade (caso de grãos já relativamente secos).

Com relação à Figura 4.1, a diferença de valores obtidos do coeficiente de transferência de calor nos trabalhos de Sfredo (2002) e Sfredo (2006) se dá pelo fato de que no primeiro estudo existe vibração, movimento vertical, mas não escoamento horizontal como no segundo trabalho de Sfredo. Os dados simulados com escoamento contínuo dos frutos de café refletem o efeito do movimento horizontal no coeficiente convectivo de transferência de calor.

CAPÍTULO 5

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DA SECAGEM DE FRUTOS DE CAFÉ

As seções 5.1 e 5.2 apresentam os dados das propriedades físico-químicas do fruto de café e os dados das propriedades do ar de secagem e que serão necessários para o desenvolvimento da simulação.

Na sequência, serão apresentados os modelos matemáticos e em seguida a resolução numérica desenvolvida para a simulação do processo de secagem. E por fim, são apresentados os resultados obtidos na simulação de cada modelo.

5.1 – Propriedades Termo-físicas Selecionadas do Fruto de Café

As correlações selecionadas das propriedades físico-químicas do fruto de café são apresentadas abaixo:

- a) Diâmetro do fruto de café (m) (SFREDO, 2006)

$$d_{fc} = 1,1681 \cdot 10^{-2} + 0,0449 \cdot 10^{-2} \cdot \exp\left(\frac{X_m}{1,1374}\right) \quad (2.33)$$

- b) Densidade absoluta do fruto de café (kg/m³) (SFREDO, 2006)

$$\rho_r = 637,43 + 592,53 \cdot X_m - 175,93 \cdot X_m^2 \quad (3.8)$$

- c) Calor específico do fruto de café (kJ/kg.°C) (ROSSI E ROA, 1980)

$$C_{p,fc} = 0,461 + 6,86 \frac{X_m}{(1 + X_m)} \quad (3.13)$$

- d) Condutividade térmica do fruto de café (W/m.°C) (HERNÁNDEZ-DÍAZ et al., 2008)

$$K_{fc} = 0,49 - 0,443 \cdot \exp(-0,206 \cdot X_m) \quad (3.14)$$

- e) Difusividade mássica da água no fruto de café (m²/s) (SFREDO, 2002)

$$D = \exp\left(-12,541604 - \frac{8,7467 \cdot 10^6}{R_g \cdot (T_{fc} + 273,15)^2} - 0,32079 \cdot X_m^3\right) \quad (3.19)$$

- f) Calor latente de evaporação da água nos frutos de café (kJ/kg) (ROSSI E ROA, 1980)

$$\lambda_{fc} = \left(597,6 - 0,57 \cdot (T_{fc} + 273,15)\right) \cdot \left(1 + 0,9036 \cdot \exp(-0,0603 \cdot X_m)\right) \frac{10}{4,2995} \quad (3.22)$$

- g) Umidade de equilíbrio do café (kg água/kg café seco) (ROSSI E ROA, 1980)

$$X_e = (15,272 \cdot UR - 32,478 \cdot UR^2 + 33,341 \cdot UR^3) \exp\left[(-0,029458 - 0,0016309 \cdot UR - 0,013695 \cdot UR^2 + 0,013205 \cdot UR^3) \cdot (T_{ar} + 273,15)\right] \quad (5.1)$$

A definição das propriedades termo-físicas do fruto do café é importante para a finalização do desenvolvimento dos modelos matemáticos para a secagem do café que foi desenvolvido na seção 5.3.

5.2 – Propriedades Físicas do Ar de Secagem

Nesta seção serão apresentados os dados de propriedade do ar de secagem para o Experimento 1. Estes dados foram citados na seção 4.3 – Adimensionais na Secagem de Frutos de Café e serão utilizados novamente para esta modelagem.

- a) Densidade do Ar de Secagem (kg/m³)

$$\rho_{ar} = \frac{M_{ar} \cdot P}{R_g \cdot (T_{ar} + 273,15)} \quad (4.25)$$

Para isso, tem-se definido que T_{ar} a temperatura do ar de secagem ($^{\circ}\text{C}$), R_g a constante universal dos gases ($\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K}$), P a pressão do ambiente (kPa), M_{ar} o peso molecular do ar (kg/kmol).

b) Velocidade do Ar de Secagem, u_{ar} (m/s)

$$u_{ar} = \frac{Q_{ar}}{A_t \cdot \rho_{ar}} \quad (4.23)$$

$$A_t = L_1 \cdot L_2 \quad (4.24)$$

sendo Q_{ar} a vazão mássica de ar ($\text{kg de ar}/\text{min}$), L_1 e L_2 as dimensões do secador (m), A_t área da secção transversal do secador (m^2), u_{ar} a velocidade do ar no secador (m/s).

c) Umidade Absoluta do Ar de Secagem ($\text{kg água}/\text{kg ar seco}$) (MUJUMDAR E DEVAHASTIN, 2000)

$$Y = \frac{M_a}{M_{ar}} \frac{P_{ar}^{vap}}{P - P_{ar}^{vap}} \quad (5.2)$$

$$P_{ar}^{vap} = UR \cdot P_{vap}^{sat} \quad (5.3)$$

$$P_{vap}^{sat} = 100 \cdot \exp \left[27,0214 - \frac{6,887}{(T_{ar} + 273,15)} - 5,32 \cdot \ln \left(\frac{T_{ar} + 273,15}{273,15} \right) \right] \quad (5.4)$$

sendo, T_{ar} a temperatura do ar de secagem ($^{\circ}\text{C}$), P_{vap}^{sat} a pressão de vapor saturada da água (Pa), UR a umidade relativa do ar de secagem (fração decimal), P_{ar}^{vap} a pressão parcial de vapor da água no ar de secagem (Pa), M_a a massa molecular da água (kg/mol) e Y a umidade absoluta do ar ($\text{kg água}/\text{kg ar seco}$).

Os parâmetros experimentais de Sfredo (2006) que serão utilizados nos cálculos para a simulação da secagem do fruto de café estão descritos a seguir:

- ✓ vazão do ar de secagem no secador, Q_{ar} : 5,25 kg de ar/min;
- ✓ dimensões do secador, L_1 e L_2 : 0,29 x 0,18 m;
- ✓ pressão atmosférica do ar local, P : 93,03 kPa;
- ✓ constante universal dos gases, R_g : 8,314 $\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K}$;
- ✓ peso molecular do ar, M_{ar} : 28,8358 x 10⁻³ kg/kmol;
- ✓ peso molecular da água, M_a : 18,01508 x 10⁻³ kg/kmol.

5.3 – Modelos Matemáticos de Transferência de Massa e Energia no Fruto de Café

O desenvolvimento de modelos matemáticos para simulação da secagem de um único fruto normalmente se baseiam nas equações de conservação de massa utilizando a lei de Fick e conservação de energia com a lei de Fourier. As duas equações são descritas nas Equações (2.12) e (2.20).

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla X) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (K_s \nabla T_s) \quad (2.20)$$

Para cada hipótese e consideração obtém-se um diferente tipo de modelo derivado dos modelos de Fick e Fourier.

A fim de se comparar os efeitos destas considerações foram selecionadas três descrições, adaptadas para a secagem do fruto de café e posteriormente comparadas com os resultados experimentais de Sfredo (2006).

No Modelo 1, utilizado por Arrieche (2007), é considerado apenas o balanço do conteúdo de umidade do fruto de café junto com seu encolhimento durante a secagem do fruto no intuito de se analisar a influência do balanço de energia na simulação. O Modelo 2, desenvolvido por Hussain e Dincer (2003), leva em consideração a influência da variação da temperatura do fruto de café na secagem do mesmo, porém considera as propriedades termo-físicas (incluindo o encolhimento do fruto durante a secagem) como constantes. Já o Modelo 3, desenvolvido por Chemkhi (2005), utiliza uma simulação em que as propriedades termo-físicas são funções do conteúdo de umidade do fruto e/ou da temperatura do mesmo, sendo elaborado também um balanço de energia do fruto de café.

Os três modelos foram implementados no programa livre Scilab[®] (versão 5.3.2) e a discretização por colocação ortogonal com polinômios de Jacobi, sendo que os Modelos 1 e 2 usaram o integrador de sistemas de EDOs (Equações Diferenciais Ordinárias). O pacote computacional utilizado foi do pacote ODEPACK acoplado ao Scilab, que usa a rotina lsoda padrão. Ele escolhe automaticamente entre o método preditor-corretor não-rígido de Adams e a Fórmula de *Back Differentiation Formulas* (BDF) para sistemas rígidos (HINDMARSH, 1980).

No Modelo 3, dado as características das condições de contorno utilizadas, empregou-se o pacote DASSL (*Differential/Algebraic System Solver*). Este integrador usa o

algoritmo *Back Differentiation Formulas* (BDF) conforme requerido pela rigidez do sistema que está sendo integrado.

As equações diferenciais parciais dos três modelos foram discretizadas utilizando-se o método de colocação ortogonal com polinômio de Jacobi (ver Anexo B). Para o Modelo 1 o número de pontos de colocação internos (M) e os parâmetros do polinômio ortogonal (α e β) utilizados foram, respectivamente, (8, 1 e 0,5). No Modelo 2 os valores foram $M = 4$ para o balanço de energia, $M = 10$ para o balanço de massa, $\alpha = 1$ e $\beta = 0,5$ para os dois balanços. Para o Modelo 3 os parâmetros foram $M = 10$ para o balanço de energia e de massa, o polinômio de Jacobi usado foi aquele com $\alpha = 1$ e $\beta = 0,0$.

Com a intenção de se comparar os resultados entre os modelos e os dados experimentais de Sfredo (2006) foram feitas análises de perfil do conteúdo de umidade (Modelos 1, 2 e 3) e temperatura do fruto de café (Modelos 2 e 3) com o tempo e conteúdo de umidade variando a posição no interior do fruto.

a) Modelo 1: Modelo Matemático de Arrieche (2007)

Arrieche (2007) elaborou um modelo para a secagem de um sólido isolado, no caso gel de Agar, que apresenta encolhimento semelhante aos frutos de alimentos. Para este modelo foram adotadas as seguintes hipóteses:

- a transferência de massa e calor ocorre em regime transiente;
- o meio é considerado bifásico (sólido e líquido);
- o formato dos frutos de café é considerado como esférico, e os fluxos de massa e de calor são unidimensionais, assim para um dado valor de tempo e raio;
- o deformação é considerada unidimensional;
- foi utilizada a Equação (2.33) obtida por Sfredo (2006) como modelo de encolhimento do fruto de café;
- as distribuições iniciais de umidade e de temperatura são consideradas uniformes;
- a evaporação da água no fruto de café ocorre somente em sua superfície externa;
- a difusividade efetiva é variável no sólido com o teor de umidade média;

- a condição de contorno na superfície do sólido envolve o número de Biot para massa global, função apenas do tempo (não varia nas direções angulares).

Neste trabalho não foi levada em consideração a influência da mudança de temperatura da amostra na secagem da mesma, ou seja, foi elaborado apenas o balanço de massa do processo de secagem.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \gamma \beta \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \left(\xi^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)}{\partial \xi} \right] \quad (5.5)$$

sendo,

$$\Psi = (X - X_e)/(X_0 - X_e) \quad (5.6)$$

$$\tau = (D_f/R_{ss}^2) \cdot (t) \quad (5.7)$$

$$\xi = r/R \quad (5.8)$$

$$\gamma = R_{ss}^2/D_f \quad (5.9)$$

$$\beta = D/R^2 \quad (5.10)$$

Na Equação (5.5) os adimensionais Ψ , τ e ξ representam a umidade da amostra, o tempo de secagem e a coordenada radial, respectivamente. A variável D representa a difusividade efetiva, D_f a difusividade efetiva ao atingir o ponto de umidade de equilíbrio (X_e), utilizando a Equação (3.19), R_{ss} o raio externo da esfera de sólido seco, r a coordenada radial e R o raio externo da esfera durante a secagem (função da umidade), sendo que este último termo é estimado pela Equação (2.33).

Ao considerar a transferência de massa função apenas da coordenada radial na Equação (5.5), a mesma estará sujeita a duas condições de contorno, Equações (5.11) e (5.12), e uma condição inicial, Equação (5.13).

$$\text{C.I.: } \Psi = 1 \text{ para } \tau = 0 \text{ e } \forall u \quad (5.11)$$

$$\text{C.C.1: } (\partial \Psi / \partial \xi) = 0, \text{ para } \tau \geq 0 \text{ e } \xi = 0 \quad (5.12)$$

$$\text{C.C.2: } (\partial \Psi / \partial \xi)|_{\xi=1} = -3Bi_m(\tau)\Psi|_{\xi=1}, \text{ para } \tau \geq 0 \text{ e } \xi = 1 \quad (5.13)$$

O número de Biot para massa (Bi_m) foi definido de acordo com Cranck (1975, apud ARRIECHE, 2007).

$$Bi_m = \left(\frac{h_m \rho_{ar} a_{vs} k_p}{\rho_{ss} D} \right) \quad (5.14)$$

sendo h_m o coeficiente de transferência de massa por convecção, ρ_{ar} a densidade do ar de secagem, ρ_{ss} a densidade do sólido seco, k_p a constante de partição média, a_{vs} o comprimento característico da esfera definida pela Equação (5.15). Lembrando que V_{esf} é o volume da esfera de volume igual ao sólido e A_s é a área superficial de secagem do sólido.

$$a_{vs} = \frac{V_{esf}}{A_s} \quad (5.15)$$

O coeficiente de partição média (k_p), Equação (5.16), é calculado pela razão entre a umidade absoluta do ar de secagem (Equação (5.2)), Y , e a umidade de equilíbrio da amostra (Equação (5.1)), X_e , supondo uma dependência linear entre ambas (ARRIECHE 2007).

$$k_p = \frac{Y}{X_e} \quad (5.16)$$

Arrieche (2007) obteve o coeficiente de transferência de massa, h_m , utilizando o número adimensional de Sherwood, Sh , que é descrito na Equação (5.17).

$$h_m = \frac{Sh \cdot d_s}{D_a} \quad (5.17)$$

sendo o diâmetro da amostra definido como d_s e D_a a difusividade da água no ar, que pode ser quantificada pela Equação (5.18) elaborada por Sisson e Pitts (1972), para uma ampla faixa de valores de temperaturas (ARRIECHE, 2007).

$$D_a = \frac{0,000146 T_R^{2,5}}{P_{atm}(T_R + 441)} \quad (5.18)$$

em que D_a é dado em ft^2/h , T_R é a temperatura do ar em R, P_{atm} é a pressão do ar em atm.

O número de Sherwood pode ser quantificado pela Equação (5.19) de acordo com Whitaker (1980), que a utilizou para líquidos e gases escoando sobre esferas (ARRIECHE, 2007).

$$Sh = 2 + \left(0,4 Re^{1/2} + 0,06 Re^{2/3} \right) Sc^{0,4} \left(\frac{\mu_{ar}}{\mu_{ar}^{sup}} \right)^{1/4} \quad (5.19)$$

Esta equação tem o domínio válido de:

$$3,5 < Re < 8 \times 10^4; 0,7 < (Sc/Le) < 380 \text{ e } 1,0 < \frac{\mu_{ar}}{\mu_{ar}^{sup}} < 3,2$$

sendo,

$$Re = \frac{d_s u_{ar} \rho_{ar}}{\mu_{ar}} \quad (5.20)$$

$$Le = \frac{\alpha}{D} \quad (5.21)$$

$$\alpha = \frac{K_s}{\rho_s C_{p,s}} \quad (5.22)$$

sendo K_s a condutividade térmica da amostra a ser seca, ρ_s a densidade da amostra e $C_{p,s}$ é o calor específico da amostra.

Para o cálculo do número de Reynolds, Re , devem-se utilizar os dados da propriedade do ar de secagem. Para o cálculo do número de Schmidt, Sc , e a viscosidade do ar na superfície do sólido, μ_{sup} , devem-se utilizar os dados da temperatura média entre a temperatura de bulbo úmido e a temperatura do ar de secagem.

O número de Sc , Equação (5.23) é definido como a razão de difusividade de momento (viscosidade cinemática) e difusividade de massa, e é usada para caracterizar fluxos de fluidos nos quais existem simultaneamente processos de difusão de momento e massa.

$$Sc = \frac{\mu_{ar}}{\rho_{ar} D_a} \quad (5.23)$$

Arrieche (2003) calcula a constante de secagem (K_{sec}) a partir da Equação (5.24) e esta constante é determinada para cada condição experimental. Esta correlação estabelece que a taxa de secagem é proporcional ao teor de água livre do material. Esta equação corresponde ao primeiro termo da série da solução do modelo fickiano, em que para tempos de secagem longos somente o primeiro termo é significativo.

$$\left(\frac{X - X_e}{X_0 - X_e} \right) = A. \exp(-K_{sec} \cdot t) \quad (5.24)$$

sendo, A um parâmetro adimensional.

A partir da constante de secagem, Arrieche (2003) calculou a difusividade mássica efetiva utilizando a Equação (5.25).

$$D = \frac{K_{sec} R^2}{\pi^2} \quad (5.25)$$

Para a simulação do balanço de massa existe a necessidade da mudança de variável conforme Equação (5.26) de modo a facilitar na elaboração do modelo conforme descrita abaixo.

$$u = \xi^2 \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = 2\xi = 2\sqrt{u} \quad (5.27)$$

Assim, tem-se:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = \frac{\partial \Psi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \xi} = 2\sqrt{u} \frac{\partial \Psi}{\partial u} \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) = 4u \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u^2} + 2 \frac{\partial \Psi}{\partial u} \quad (5.29)$$

Substituindo as Equações (5.26) a (5.29) na Equação (5.5), têm-se as seguintes modificações:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \gamma \beta(\tau) \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \left(\xi^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)}{\partial \xi} \right] = \gamma \beta(\tau) \left[2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right] = \gamma \beta(\tau) \left[6 \frac{\partial \Psi}{\partial u} + 4u \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u^2} \right] \quad (5.30)$$

Em sequência será apresentado o detalhamento da resolução do modelo. Para este caso utilizou-se o método das linhas acoplado ao método de colocação ortogonal. A variável dependente é discretizada conforme $\Psi(\tau, u) \rightarrow \Psi_j(\tau)$, e assim aproximando as derivadas parciais pela colocação ortogonal, tem-se:

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial u} \right|_j = \sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \Psi_i \quad (5.31)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial u^2} \right|_j = \sum_{i=1}^{N+1} B_{j,i} \Psi_i \quad (5.32)$$

sendo:

$$A_{j,i} = \frac{dl_i(x_j)}{du} \quad (5.33)$$

$$B_{j,i} = \frac{d^2 l_i(x_j)}{du^2} \quad (5.34)$$

Os elementos A_{ji} e B_{ji} representam os elementos das matrizes das primeiras e segundas derivadas de polinômios interpoladores de Langrange nos pontos de colocação

(VILLADSEN; MICHELSEN, 1978). O desenvolvimento do método de colocação ortogonal é descrito no Apêndice B (Métodos dos Resíduos Ponderados).

Reescrevendo a Equação (5.30):

$$\frac{d\Psi_j}{d\tau} = \gamma \beta \left[6 \sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \Psi_i + 4u_j \sum_{i=1}^{N+1} B_{j,i} \Psi_i \right] \quad (5.35)$$

Rearranjando a Equação (5.35) e isolando o último dos dois somatórios, obtém-se a equação:

$$\frac{d\Psi_j}{d\tau} = \gamma \beta \underbrace{(6A_{j,N+1} + 4u_j B_{j,N+1})}_{E_{j,N+1}} \Psi_{N+1} + \sum_{i=1}^N \gamma \beta \underbrace{(6A_{j,i} + 4u_j B_{j,i})}_{E_{j,i}} \Psi_i \quad (5.36)$$

Assim,

$$Q_{j,N+1} = \gamma \beta E_{j,N+1}, \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad (5.37)$$

$$Q_{j,i} = \gamma \beta E_{j,i}, \quad \text{para } j = 1, \dots, N \text{ e } i = 1, \dots, N \quad (5.38)$$

Então:

$$\frac{d\Psi_j}{d\tau} = Q_{j,N+1} \Psi_{N+1} + \sum_{i=1}^N Q_{j,i}(\tau) \Psi_i \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad (5.39)$$

Após aplicação da mudança de variável e da colocação ortogonal a condição inicial e as de contorno serão definidas da seguinte forma:

Para $t = 0$ e $\forall u$:

$$\Psi_j = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, N + 1 \quad (5.40)$$

Para $j = 1$ e $\forall \tau$ esta condição será automaticamente satisfeita, pois $\Psi_j(\tau)$ possui derivada nula na origem.

E para $j = N + 1$, tem-se:

$$2\sqrt{u_{N+1}} \frac{\partial \Psi_j}{\partial u} \Big|_{j=N+1} = -3Bi_m(\tau) \Psi_j \Big|_{j=N+1} \quad (5.41)$$

Substituindo a Equação (5.31) na Equação (5.41), tem-se:

$$2\sqrt{u_{N+1}} \left[\sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \Psi_i \right]_{j=N+1} = -3Bi_m(\tau) \Psi_{N+1} \quad (5.42)$$

E assim:

$$\sum_{i=1}^{N+1} A_{N+1,i} \Psi_i = -\frac{3Bi_m(\tau)\Psi_{N+1}}{2\sqrt{u_{N+1}}} \quad (5.43)$$

Sabendo que $u_{N+1} = 1$, então:

$$\sum_{i=1}^{N+1} A_{N+1,i} \Psi_i = -\frac{3}{2}Bi_m(\tau)\Psi_{N+1} \quad (5.44)$$

Para isolar o adimensional Ψ_{N+1} da Equação (5.43) é necessário abrir um termo do somatório, podendo ser demonstrado da seguinte maneira:

$$A_{N+1,N+1}\Psi_{N+1} + \sum_{i=1}^N A_{N+1,i}\Psi_i = -\frac{3}{2}Bi_m(\tau)\Psi_{N+1} \quad (5.45)$$

Isolando o termo Ψ_{N+1} da Equação (5.45), obtem-se finalmente a seguinte equação:

$$\Psi_{N+1} = -\left[\sum_{i=1}^N A_{N+1,i}\Psi_i \right] \left[\frac{1}{A_{N+1,N+1} + \frac{3}{2}Bi_m} \right] \quad (5.46)$$

As Equações (5.39) e (5.46) foram implementadas no programa *Scilab*[®] para a simulação do processo de secagem dos frutos de café e posteriormente comparar aos resultados obtidos por Sfredo (2006).

Os dados das propriedades físicas do café e do ar de secagem necessários para simulação deste modelo estão descritas no início deste capítulo.

Os parâmetros do produto e do processo adotados para a simulação do processo de secagem do fruto de café estão descritos Tabela 5.1. Estes valores foram quantificados de acordo com os parâmetros de Sfredo (2006).

Tabela 5.1 – Parâmetros do produto e do processo adotados na simulação do Modelo 1.

Raio externo do fruto de café seco, R_{SS} :	0,0061 m
Difusividade mássica da água no fruto de café na umidade de equilíbrio, D_f :	$9,3 \times 10^{-11}$ m ² /s
Densidade do fruto de café seco, ρ_{SS} :	637,43 kg/m ³
Umidade inicial do fruto de café, X_0 :	2,05 kg água/kg café seco
Umidade relativa do ar de secagem, UR :	0,166
Temperatura média do ar de secagem, T_{ar} :	41,1 °C
Temperatura média do fruto de café, T_{fc} :	39,6 °C
Temperatura de bulbo úmido, T_{bu} :	18,0 °C

Com isso foi possível simular o modelo de secagem do fruto de café. A Figura 5.1 mostra o perfil de umidade do fruto do fruto de café com a variação do raio e tempo. Cada linha significa que para cada determinado tempo da secagem tem-se um perfil de umidade do fruto para cada ponto interno do raio simulado.

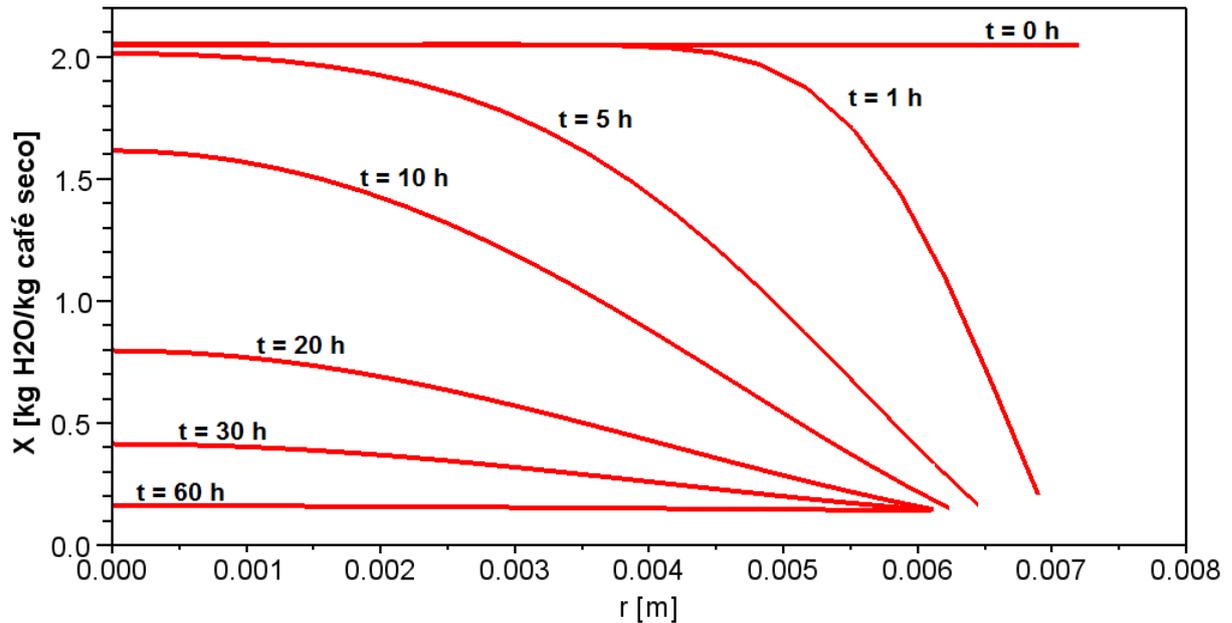


Figura 5.1 – Perfil de umidade local no fruto de café em função do raio após diferentes horas de secagem.

Observa-se na Figura 5.1 para o tempo inicial, a distribuição de umidade do fruto de café é uniforme para todo o raio e ao longo da secagem é gerado um gradiente de umidade no fruto. Esse gradiente tende a zero no final da secagem quando a migração da umidade do centro para a superfície do sólido praticamente cessa, ou seja, atinge-se a umidade de equilíbrio do fruto de café. O encolhimento do fruto do café durante a secagem é notado ao final de cada linha que mostra para o tempo inicial o raio do fruto de café próximo de 0,0073 m e ao final da secagem, o raio encolhe para 0,0062 m, aproximadamente.

O perfil de umidade do fruto do café com o tempo, tendo cada linha como sendo um ponto interno dentro do fruto de café é mostrado na Figura 5.2.

Na Figura 5.2, mostra que o conteúdo de umidade do fruto na superfície reduz mais rapidamente que no interior do fruto, isso se deve à transferência de massa que ocorre na superfície do fruto de café com o ar de secagem.

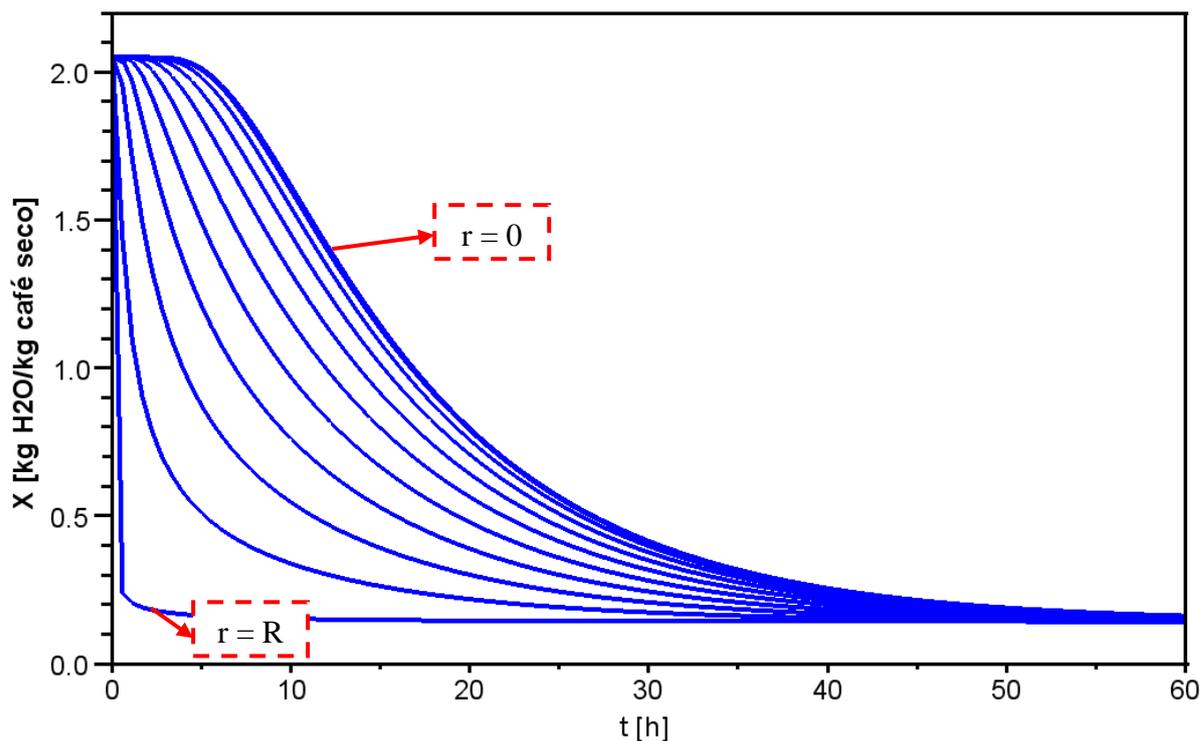


Figura 5.2 – Perfil de umidade em relação ao tempo variando os pontos internos do fruto de café.

A Figura 5.3 mostra o perfil do conteúdo médio de umidade do fruto de café durante a secagem. Nesta figura podem-se comparar os valores obtidos na simulação com os dados experimentais de Sfredo (2006).

O gráfico mostra que nas cinco primeiras horas de secagem, a curva de secagem da linha experimental fica dentro da faixa de valores dos resultados experimentais, considerando sua faixa de erro. A partir da quinta hora tem-se uma diferença maior entre os dados experimentais e os simulados. Contudo, o Modelo 1 apresentou bons resultados globais, possibilitando a previsão da umidade média do fruto com o tempo de secagem, mesmo não levando em consideração a variação da temperatura do fruto do café durante o tempo de secagem. Isso pode ser explicado pelo fato que a temperatura do fruto de café atinge rapidamente a temperatura de *setpoint* (40°C) estabelecido por Sfredo (2006), ou seja, a maior influência da variação da temperatura do fruto de café é apenas no início de operação da secagem, como é mostrado na Figura 5.4 que representa os dados experimentais da temperatura média do fruto de café durante a secagem do mesmo.

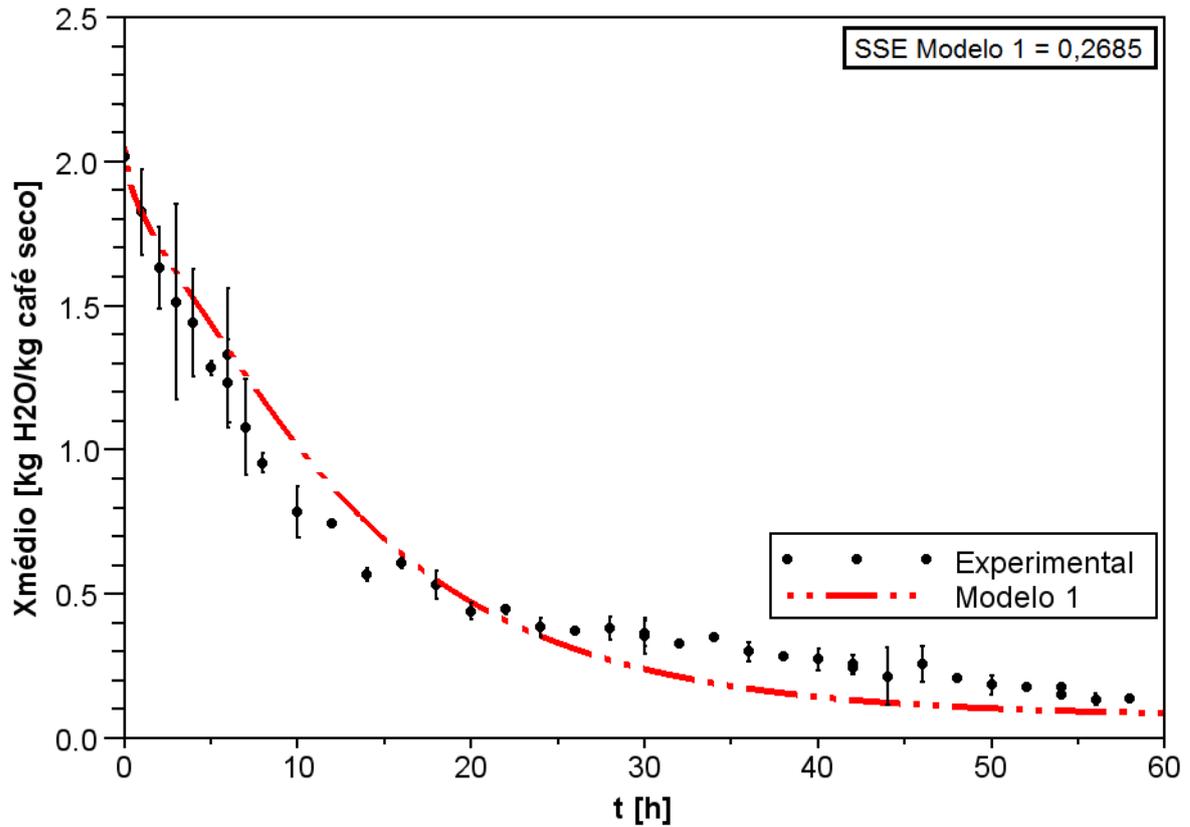


Figura 5.3 – Comparativo entre os valores experimentais e do Modelo 1 do perfil de umidade média do fruto de café variando o tempo.

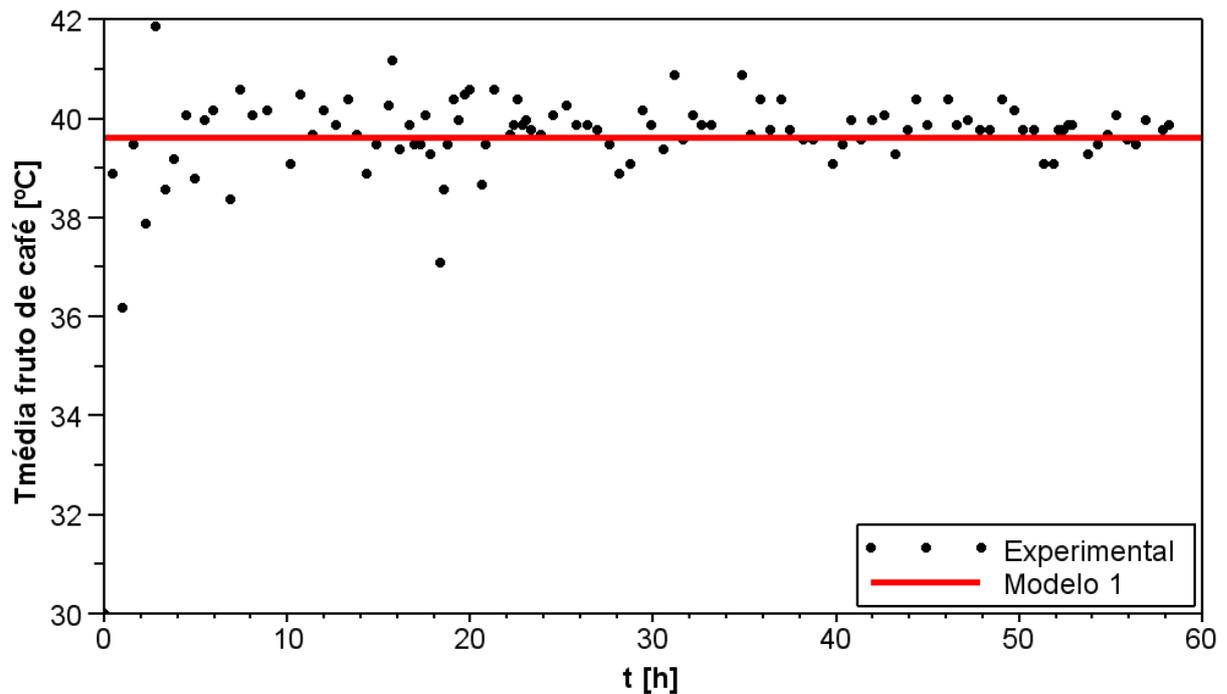


Figura 5.4 – Valores dos dados experimentais do perfil da temperatura média do fruto de café durante a secagem.

A Figura 5.5 mostra os perfis do conteúdo médio de umidade durante a secagem variando a temperatura do ar de secagem para os valores de 30, 41,1 e 50 °C e a umidade relativa do ar para 0,305, 0,166 e 0,106, respectivamente.

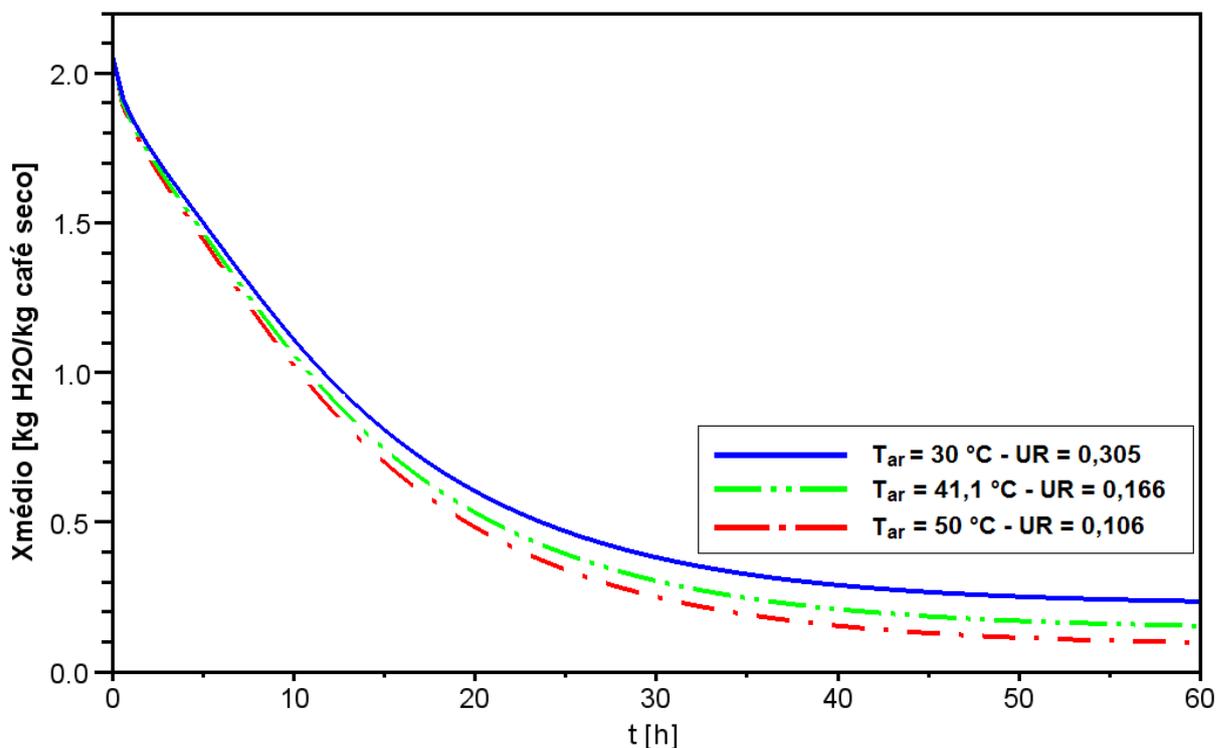


Figura 5.5 – Simulação da secagem do fruto de café variando a temperatura do ar de secagem e umidade relativa do ar.

b) Modelo 2: Modelagem Matemática de Hussain e Dincer (2003)

Nesta abordagem, utilizam-se os modelos usando duas coordenadas para descrição da posição (tangencial e radial) para uma esfera. Outra consideração foi a de que as propriedades termo-físicas do café foram consideradas constantes, assim como o encolhimento e a deformação durante a secagem. Foi desconsiderada a geração de calor através de reação química dentro da amostra e a temperatura do ar de secagem foi suposta constante.

Baseando-se na Equação (5.27), tem-se:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha \nabla \cdot (\nabla T_s) \quad (5.47)$$

Na conclusão do trabalho original, os autores afirmaram que o desenvolvimento do modelo usando apenas na dimensão radial era suficiente para a simulação do processo de

secagem, assim, optou-se aqui em desenvolver o modelo em apenas uma dimensão para investigar a secagem do fruto de café.

Deste modo, utilizando as coordenadas esféricas e considerando a transferência de energia apenas no sentido radial, têm-se o seguinte desenvolvimento:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad (5.48)$$

A condição inicial e as de contorno estão descritas abaixo:

$$\text{C.I.: } T_s = T_{s0} \text{ para } t = 0 \text{ e } \forall r \quad (5.49)$$

$$\text{C.C.1: } (\partial T_s / \partial t)|_{r=0} = 0, \text{ para } t \geq 0 \text{ e } r = 0 \quad (5.50)$$

$$\text{C.C.2: } -K_s(\partial T_s / \partial r)|_{r=R} = h_c(T_s - T_{ar}), \text{ para } t \geq 0 \text{ e } r = R \quad (5.51)$$

Para a aplicação do método de colocação ortogonal é necessário fazer a mudança de variável conforme descrito anteriormente nas Equações (5.26) e (5.27).

$$\xi = r/R \quad (5.8)$$

$$u = \xi^2 \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = 2\xi = 2\sqrt{u} \quad (5.27)$$

As derivadas estão definidas de acordo com as Equações (5.28) e (5.29) conforme descrito anteriormente:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial \theta}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \xi} = 2\sqrt{u} \frac{\partial \theta}{\partial u} \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = 4u \frac{\partial^2 \theta}{\partial u^2} + 2 \frac{\partial \theta}{\partial u} \quad (5.29)$$

sendo,

$$\theta = (T - T_0)/(T_{ar} - T_0) \quad (5.52)$$

$$t_{ad} = (\alpha t / R^2) \quad (5.53)$$

sendo θ a temperatura adimensional da amostra, T_0 é a temperatura inicial da amostra, T_{ar} é a temperatura do ar de secagem, T é a temperatura da amostra e t_{ad} o tempo adimensional.

Assim, a Equação (5.66) é escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t_{ad}} = 4u \frac{\partial^2 \theta}{\partial u^2} + 6 \frac{\partial \theta}{\partial u} \quad (5.54)$$

Utilizando o método de colocação ortogonal descrito nas Equações (5.31) a (5.34), obteve-se a Equação (5.55).

$$\frac{d\theta_j}{dt_{ad}} = 4u_j \sum_{i=1}^{N+1} B_{j,i} \theta_i + 6 \sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \theta_i \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad (5.55)$$

Ao deixar em evidência o último termo dos somatórios descritos acima, tem-se a seguinte equação:

$$\frac{d\theta_j}{dt_{ad}} = 4u_j \left(B_{j,N+1} \theta_{N+1} + \sum_{i=1}^N B_{j,i} \theta_i \right) + 6 \left(A_{j,N+1} \theta_{N+1} + \sum_{i=1}^N A_{j,i} \theta_i \right) \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad (5.56)$$

Rearranjando a Equação (5.66), tem-se:

$$\frac{d\theta_j}{dt_{ad}} = \underbrace{(4u_j B_{j,N+1} + 6A_{j,N+1})}_{C_j} \theta_{N+1} + \sum_{i=1}^N \underbrace{(4u_j B_{j,i} + 6A_{j,i})}_{C_{j,i}} \theta_i \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad (5.57)$$

E assim:

$$\frac{d\theta_j}{dt_{ad}} = C_j \theta_{N+1} + \sum_{i=1}^N C_{j,i} \theta_i \quad \text{para } j = 1, \dots, N \quad (5.58)$$

Com a adimensionalização, mudanças de variáveis e aplicação do método de colocação ortogonal, a condição inicial e as condições de contorno ficarão de acordo como mostrado abaixo.

Para $t_{ad} = 0$ e $\forall u$:

$$\theta_j = 1 \quad (5.59)$$

Para $j = 1$ e $\forall t_{ad}$ esta condição será automaticamente satisfeita, pois $\theta_j(t_{ad})$ possui derivada nula na origem.

E para $j = N + 1$, tem-se:

$$2\sqrt{u_{N+1}} \frac{\partial \theta_j}{\partial u} \Big|_{j=N+1} = -\frac{h_c R}{K_s} (\theta_{N+1} - 1) \quad (5.60)$$

Substituindo a Equação (5.31) na Equação (5.69), tem-se:

$$2\sqrt{u_{N+1}} \left[\sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \theta_i \right]_{j=N+1} = -\frac{h_c R}{K_s} (\theta_{N+1} - 1) \quad (5.61)$$

E assim:

$$\sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \theta_i = -\frac{h_c R (\theta_{N+1} - 1)}{K_s \sqrt{2u_{N+1}}} \quad (5.62)$$

Sabendo que $u_{N+1} = 1$, então:

$$\sum_{i=1}^{N+1} A_{j,i} \theta_i = -\frac{h_c R (\theta_{N+1} - 1)}{K_s} \quad (5.63)$$

Para isolar o adimensional θ_{N+1} da Equação (5.63) é necessário abrir um termo do somatório, podendo ser demonstrado da seguinte maneira:

$$A_{N+1,N+1} \theta_{N+1} + \sum_{i=1}^N A_{N+1,i} \theta_i = -\frac{h_c R}{2K_s} \theta_{N+1} + \frac{h_c R}{2K_s} \quad (5.64)$$

Isolando o termo θ_{N+1} da Equação (5.64), obtém-se finalmente a seguinte equação:

$$\theta_{N+1} = -\left[\sum_{i=1}^N A_{N+1,i} \theta_i - \frac{h_c R}{2K_s} \right] \left[\frac{1}{A_{N+1,N+1} + \frac{h_c R}{2K_s}} \right] \quad (5.65)$$

Analogamente, o balanço de massa (Equação (5.66)) pode ser obtido na seguinte forma:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial X}{\partial r} \right) \quad (5.66)$$

A condição inicial e as de contorno estão descritos abaixo:

$$\text{C.I.: } X = X_0 \text{ para } t = 0 \text{ e } \forall r \quad (5.67)$$

$$\text{C.C.1: } (\partial X / \partial t)|_{r=0} = 0, \text{ para } t \geq 0 \text{ e } r = 0 \quad (5.68)$$

$$\text{C.C.2: } -D(\partial X / \partial r)|_{r=R} = h_m(X - Y)|_{r=R}, \text{ para } t \geq 0 \text{ e } r = R \quad (5.69)$$

sendo, Y o conteúdo de umidade no ar de secagem na base seca, h_m o coeficiente de transferência de massa.

A Equação (5.66) descrita na forma adimensional é transformada da seguinte forma:

$$\frac{\partial X^*}{\partial t_{ad}} = \frac{1}{Le} \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial X^*}{\partial \xi} \right) \quad (5.70)$$

sendo,

$$X^* = (X - Y) / (X_0 - Y) \quad (5.71)$$

$$Le = \alpha/D \quad (5.72)$$

sendo X^* o adimensional do conteúdo de umidade, Le o número de Lewis (adimensional).

Assim, a Equação (5.70) é escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial X^*}{\partial t_{ad}} = \frac{1}{Le} \left(4u \frac{\partial^2 X^*}{\partial u^2} + 6 \frac{\partial X^*}{\partial u} \right) \quad (5.73)$$

Utilizando o método de colocação ortogonal descrito nas Equações (5.31) a (5.34), obteve-se a seguinte equação:

$$\frac{dX_j^*}{dt_{ad}} = \frac{1}{Le} \left(4u_j \sum_{i=1}^{P+1} B_{j,i} X_i^* + 6 \sum_{i=1}^{P+1} A_{j,i} X_i^* \right) \quad \text{para } j = 1, \dots, P \quad (5.74)$$

Isolando os termos do ponto $i = P + 1$ da equação, tem-se:

$$\frac{dX_j^*}{dt_{ad}} = \frac{1}{Le} \left[\underbrace{(4u_j B_{j,P+1} + 6A_{j,P+1})}_{F_j} X_{N+1}^* + \sum_{i=1}^P \underbrace{(4u_j B_{j,i} + 6A_{j,i})}_{F_{j,i}} X_i^* \right] \quad \text{para } j = 1, \dots, P \quad (5.75)$$

E assim,

$$\frac{dX_j^*}{dt_{ad}} = \frac{1}{Le} \left[F_j X_{P+1}^* + \sum_{i=1}^P F_{j,i} X_i^* \right] \quad \text{para } j = 1, \dots, P \quad (5.76)$$

Fazendo as mesmas modificações na condição inicial e de contornos no balanço de energia para o balanço de massa, obtém-se:

Para $t_{ad} = 0$ e $\forall u$:

$$X_j^* = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, N + 1 \quad (5.77)$$

Para $j = 1$ e $\forall t_{ad}$ esta condição será automaticamente satisfeita, pois $X^*(u)$ possui derivada nula na origem.

E para $j = P + 1$, tem-se:

$$2\sqrt{u_{P+1}} \frac{\partial X_j^*}{\partial u} \Big|_{j=P+1} = -\frac{h_m R}{D} X_j^* \Big|_{j=P+1} \quad (5.78)$$

Substituindo a Equação (5.31) na Equação (5.79) e sabendo que $u_{P+1} = 1$, tem-se:

$$\sum_{i=1}^{P+1} A_{j,i} \theta_i = -\frac{h_m R}{2D} X_{P+1}^* \quad (5.79)$$

Para isolar o adimensional X_{P+1}^* da Equação (5.79) é necessário abrir um termo da somatória, podendo ser demonstrado da seguinte maneira:

$$A_{P+1,P+1}X_{P+1}^* + \sum_{i=1}^P A_{P+1,i} X_i^* = -\frac{h_m R}{2D} X_{P+1}^* \quad (5.80)$$

Isolando o termo X_{P+1}^* da Equação (5.80), obtém-se finalmente a seguinte equação:

$$X_{P+1}^* = - \left[\sum_{i=1}^P A_{P+1,i} X_i^* \right] \left[\frac{1}{A_{P+1,P+1} + \frac{h_m R}{2D}} \right] \quad (5.81)$$

Definidos os modelos de balanço de massa e energia com suas respectivas condições de contorno e inicial, pode-se simular o sistema em questão. Foram utilizados os mesmos métodos de simulação utilizados no Modelo 1.

Os parâmetros definidos para a simulação do modelo em questão estão apresentados na Tabela 5.2. Os valores descritos são valores médios obtidos durante a secagem do fruto de café e são baseados nos dados experimentais de Sfredo (2006).

Tabela 5.2 – Parâmetros do produto e do processo adotados na simulação do Modelo 2.

Raio externo médio do fruto de café, $R_{f,c,m}$:	0,0075 m
Difusividade mássica média da água no fruto de café, D_m :	$9,701 \times 10^{-11}$ m ² /s
Difusividade térmica média do fruto, α_m :	$4,165 \times 10^{-8}$ m ² /s
Umidade inicial do fruto de café, X_0 :	2,05 kg água/kg café seco
Coeficiente médio de transferência de massa, $h_{m,m}$:	$2,36 \times 10^{-2}$ m/s
Coeficiente médio de transferência de calor, $h_{c,m}$:	6,23 W/m ² .K
Umidade relativa média do ar de secagem, UR :	0,166
Temperatura média do ar de secagem, $T_{ar,m}$:	41,1 °C
Condutividade térmica média do fruto de café, $K_{f,c,m}$:	0,091 W/m.K
Temperatura inicial do fruto de café, $T_{f,c,0}$:	30 °C

Para o Modelo 2 foram feitas as análises de perfil do conteúdo de umidade e temperatura do fruto em função do tempo de secagem para as diferentes posições no interior do fruto de café e são representados nas Figura 5.6 e Figura 5.8 e o perfil do conteúdo de umidade a posição no interior do fruto de café é representado na Figura 5.7.

Nota-se que na Figura 5.6 que o gradiente de umidade do fruto é maior no início da secagem e diminui próximo ao final da secagem, quando a umidade se aproxima da umidade de equilíbrio. Pelo fato do Modelo 2 não considerar o encolhimento do fruto de café durante a secagem, as curvas, com exceção do tempo inicial, convergem para o mesmo ponto. Percebe-

se que para a camada externa a queda do conteúdo de umidade longo da secagem é mais acentuada no Modelo 2 quando comparado ao Modelo 1, isso se deve à condição de contorno proposta por Hussain e Dincer (2003).

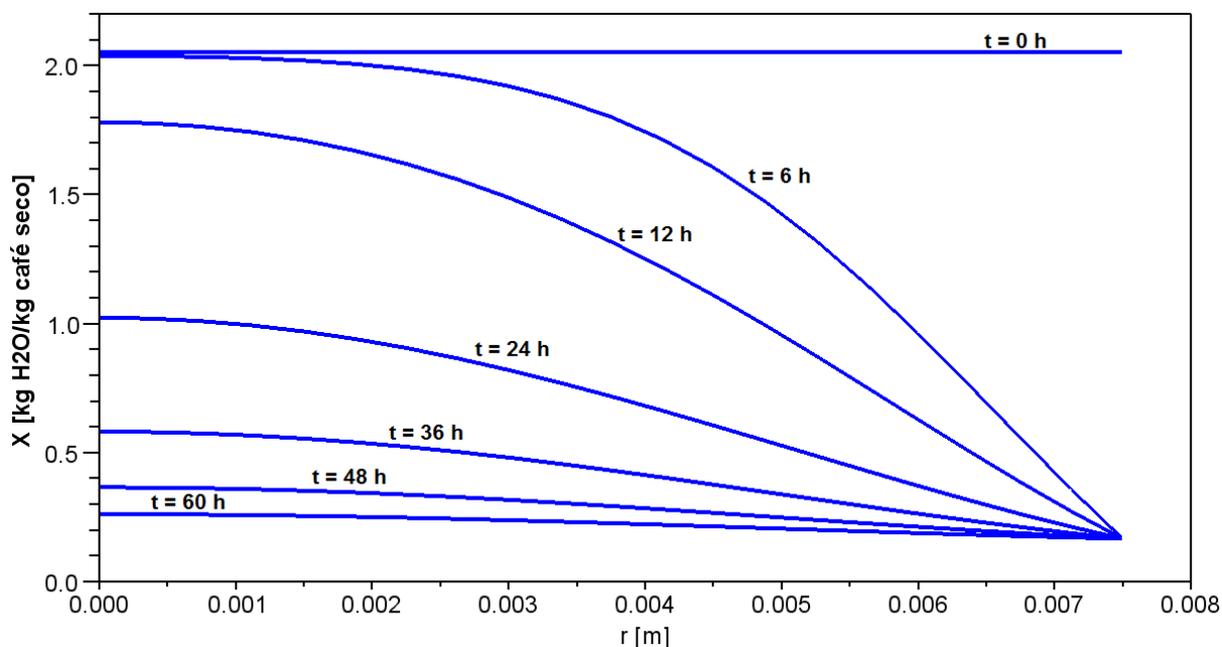


Figura 5.6 – Perfil de umidade local no fruto de café em função do raio para cada tempo de secagem.

A Figura 5.7 mostra que o conteúdo de umidade do fruto diminui com o tempo em cada camada e aumenta em direção ao centro do fruto. Isso ocorre até atingir o equilíbrio em toda massa de fruto, que é quando o conteúdo de umidade final é reduzido para um valor mínimo.

Na Figura 5.8 é possível verificar que a temperatura interna em cada camada do fruto de café aumenta à medida que o tempo de secagem decorre. Nesta figura mostra-se também que existe um gradiente de temperatura do fruto de café maior no início de secagem e este tende a zero perto da primeira hora de secagem, resultado este semelhante aos dados experimentais obtidos por Sfredo (2006).

A Figura 5.9 mostra o perfil da temperatura média do fruto de café durante o tempo de secagem. Nota-se que já na primeira hora de secagem o fruto de café já atinge a temperatura máxima. Os dados experimentais obtidos por Sfredo mostram uma oscilação da temperatura do fruto do café, isto se deve ao fato da temperatura ter sido controlada manualmente.

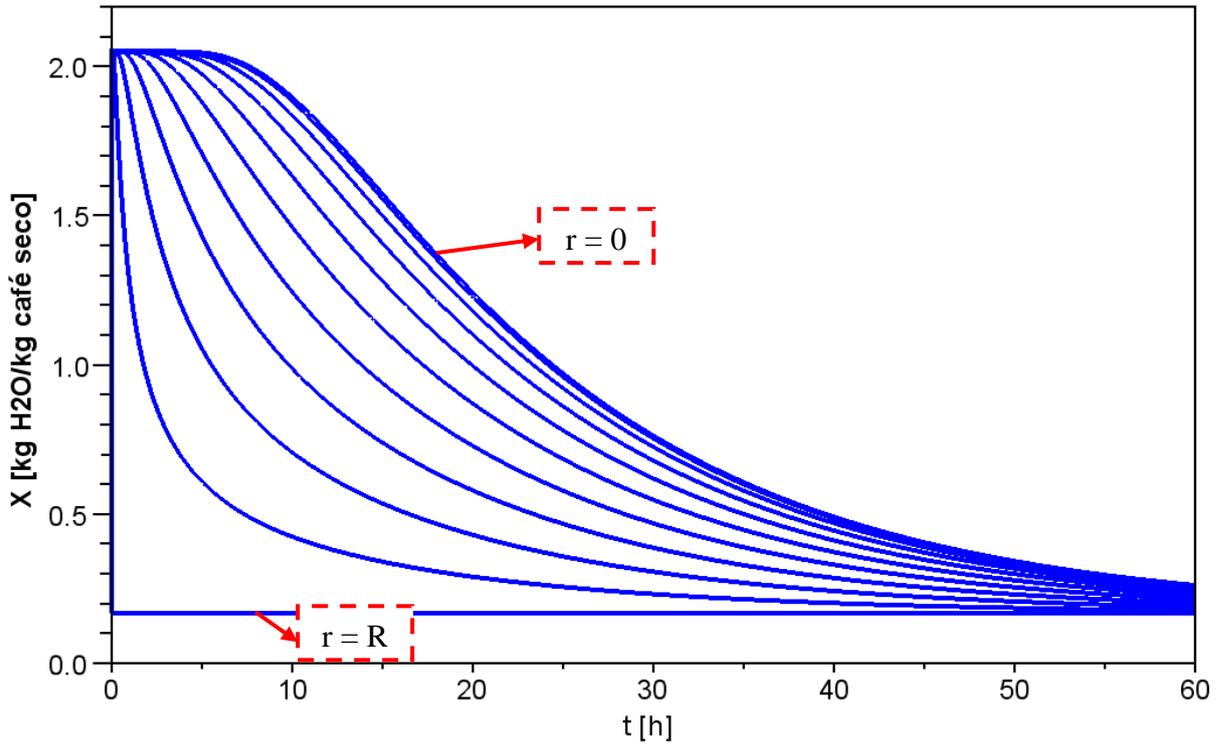


Figura 5.7 – Perfil de umidade em relação ao tempo variando os pontos internos do fruto de café.

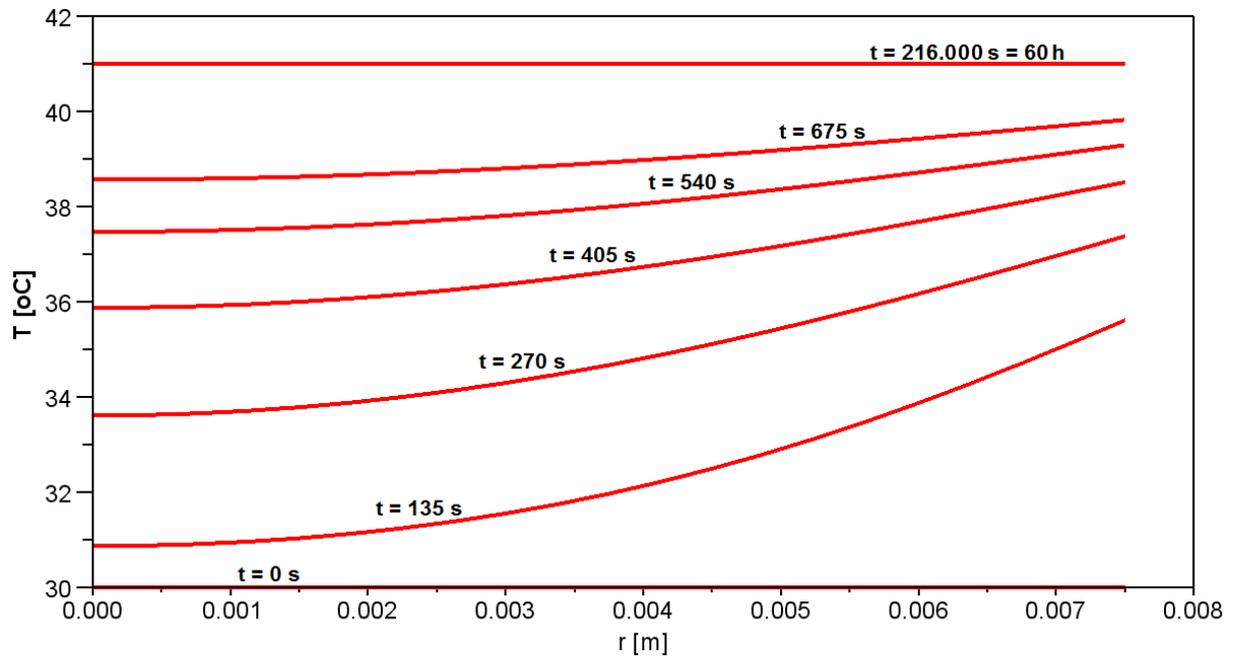


Figura 5.8 – Perfil da temperatura local do fruto de café com o tempo.

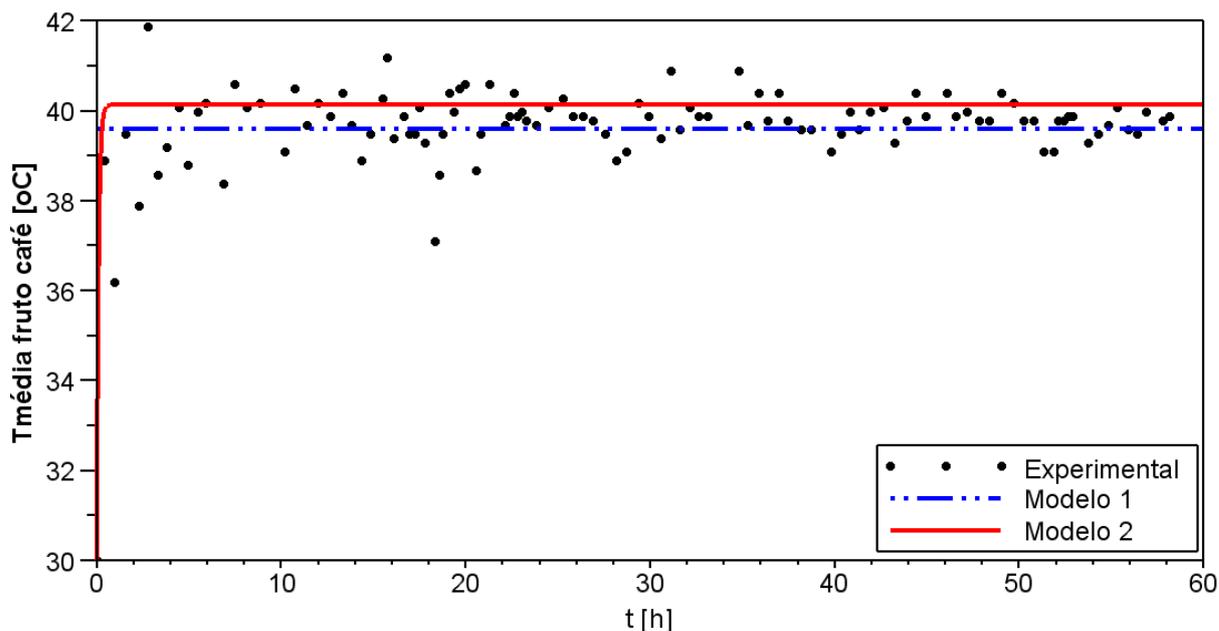


Figura 5.9 – Comparativo do perfil da temperatura média do fruto de café em função do tempo de secagem dos Modelos 1, 2 e dos dados experimentais de Sfredo (2006).

A Figura 5.10 compara os valores experimentais obtidos por Sfredo (2006) com os valores simulados dos Modelos 1 e 2. Nota-se que para o Modelo 1 o decréscimo do conteúdo de umidade no início da secagem é maior que a simulada pelo Modelo 2, no entanto os dois modelos estão dentro da faixa de erro obtidos nos dados experimentais de Sfredo (2006). A partir da décima hora de secagem, a queda do conteúdo de umidade do Modelo 2 se torna maior que a do Modelo 1. Assim, o Modelo 2 apresenta melhor o período final de secagem do fruto de café, já o Modelo 1 se aproxima mais dos dados experimentais no início da secagem.

Quando se analisa a somatória dos erros quadrados nos Modelos 1 e 2, tem-se que para o Modelo 1 (0,2685) um menor valor do que o Modelo 2 (0,3231). No entanto, ao considerar o desvio padrão dos erros experimentais obtidos por Sfredo (2006) que são mostrados na Figura 5.10, tanto o Modelo 1 quanto o Modelo 2 representam satisfatoriamente a curva de secagem do fruto de café.

Na Figura 5.11 apresentam-se os resultados da simulação do conteúdo de umidade do fruto de café para as temperaturas de 30°C, 41,1°C e 50°C com suas respectivas umidade do ar de secagem de 0,305, 0,166 e 0,106 para o Modelo 2. Assim como no Modelo 1, destaca-se a influência da temperatura do ar e umidade relativa do ar de secagem nos resultados da simulação, sendo quanto maior a temperatura do ar de secagem mais rápida a queda do conteúdo de umidade em relação e menor é o valor final do conteúdo de umidade no fruto de café em um determinado tempo de secagem.

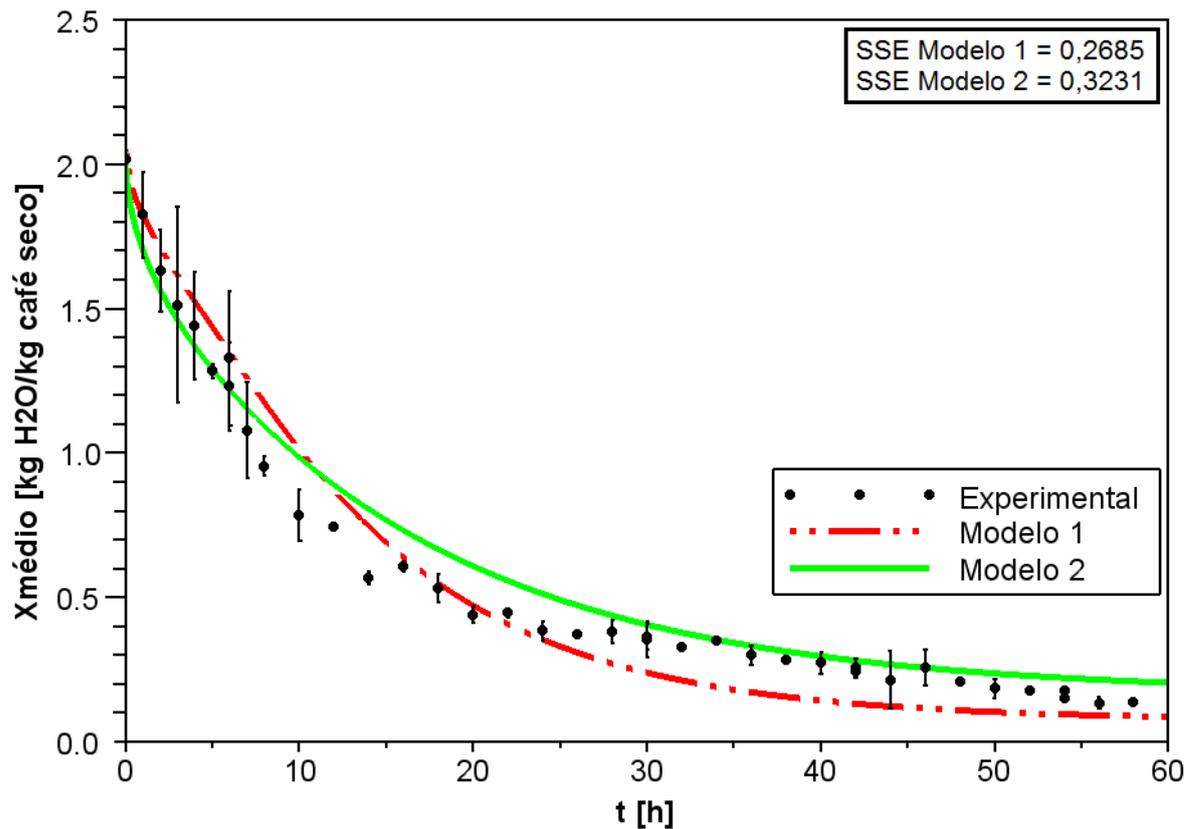


Figura 5.10 – Comparativo entre os valores experimentais obtidos por Sfredo (2006) e os valores simulados a partir dos Modelos 1 e 2.

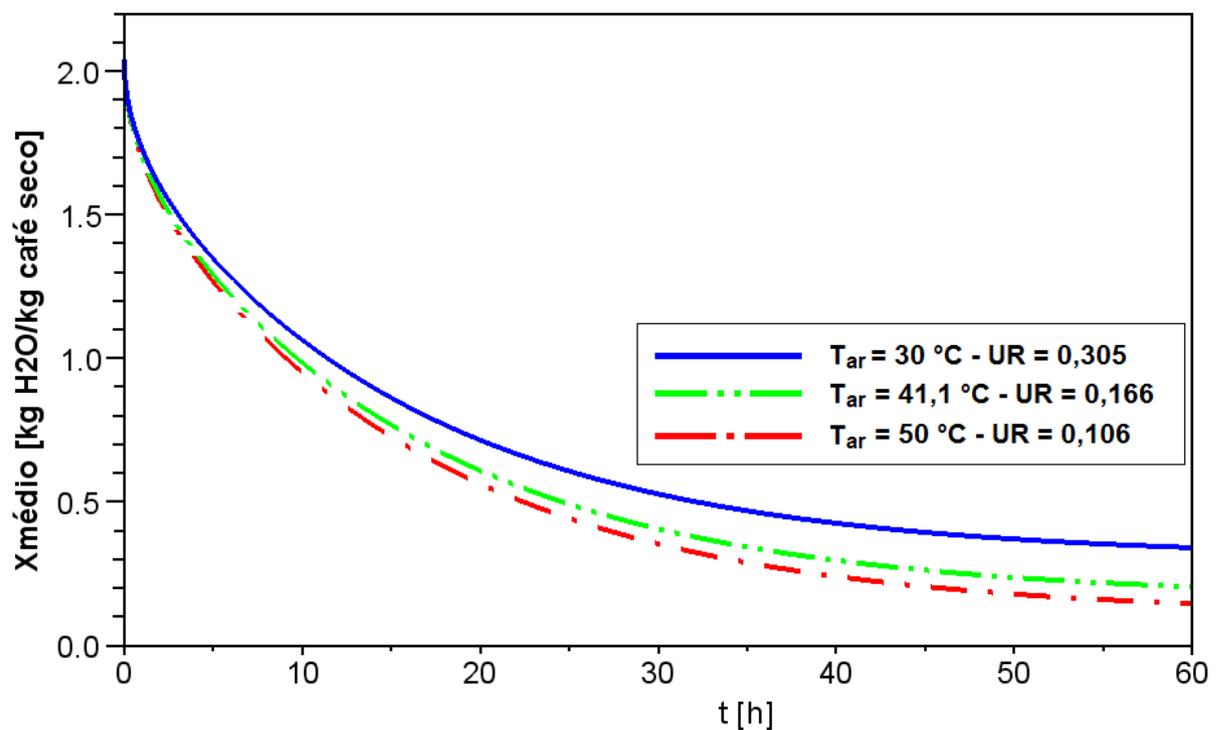


Figura 5.11 – Simulação da secagem do fruto de café variando a temperatura do ar de secagem e umidade relativa do ar.

c) Modelo 3: Modelo Matemático Modificado de Chemkhi et al. (2005)

Chemkhi et al. (2005) elaboraram um estudo de simulação da secagem da batata. No trabalho foi considerada a variação de massa e entalpia da batata, bem como o seu encolhimento.

Para o desenvolvimento do modelo adaptado para o fruto de café foi considerado o formato esférico e nesse estudo utilizam-se a variação das propriedades físicas para a descrição dos fenômenos. Sempre que disponível, as propriedades utilizadas foram aquelas com base nos experimentos de Sfredo (2006). Além disso, para poder compatibilizar as análises dos diversos modelos, optou-se por adaptar as condições de contorno para $x = e$ do modelo proposto por Chemkhi et al. (2005).

Balanco de Massa

O modelo de balanço de massa está descrito na Equação (5.82).

$$\rho_s \left(\frac{\partial X}{\partial t} + \vec{v}_s \nabla X \right) = \nabla j_m \quad (5.82)$$

em que j_m é o fluxo mássico difusivo baseado na lei de Fick que é definido pela Equação (5.83) e \vec{v}_s a velocidade de deslocamento da fase sólida.

$$j_m = D \nabla X \quad (5.83)$$

As condições iniciais e as de contorno para o modelo de transferência de massa são mostradas a seguir:

$$t = 0, \quad X = X_0, \quad \text{para } \forall x \quad (5.84)$$

$$x = 0, \quad \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)_{x=0} = 0, \quad \text{para } \forall t \quad (5.85)$$

$$x = e, \quad - \left(D \cdot \frac{\partial X}{\partial x} \right)_{x=e} = h_m (X - Y), \quad \text{para } \forall t \quad (5.86)$$

$$h_m = \frac{h_c}{\rho_{ar} C_{p,ar}} \quad (5.87)$$

$$h_c = \frac{K_s Nu}{d_s} \quad (5.88)$$

em que h_m é o coeficiente de transferência de massa, h_c é o coeficiente de transferência de calor, K_s a condutividade térmica da amostra, d_s o diâmetro equivalente da amostra e Nu o adimensional do Número de Nusselt, $C_{p,ar}$ é o calor específico do ar de secagem e ρ_{ar} é a densidade do ar de secagem.

O número de Nusselt utilizado neste modelo é o descrito pela Equação (4.33), sendo este definido de acordo com os dados experimentais de Sfredo (2006). O número de Reynolds e o adimensional de vibração são expressas pelas Equações (4.21) e (4.26), respectivamente.

Dando continuidade no desenvolvimento do balanço de massa, a velocidade de deslocamento do meio sólido (\vec{v}_s) é considerada muito menor do que a velocidade de deslocamento do meio líquido, sendo bastante razoável considerar o deslocamento do meio sólido igual a zero. Assim no desenvolvimento das Equações (5.82) e (5.83) em coordenadas esféricas para uma dimensão espacial obtém-se a Equação (5.89).

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D \frac{\partial X}{\partial r} \right) \quad (5.89)$$

Continuando no desenvolvimento desta equação, tem-se:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\underbrace{D}_{f(X,T)} \frac{\partial X}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} D \frac{\partial X}{\partial r} \quad (5.90)$$

Assim,

$$\frac{\partial X}{\partial t} = f(X,T) \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial f(X,T)}{\partial r} + \frac{2}{r} f(X,T) \frac{\partial X}{\partial r} \quad (5.91)$$

Sabendo que $f(X,T)$ é função de X e T então sua derivada pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial f(X,T)}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (5.92)$$

No prosseguimento do desenvolvimento deste modelo será considerada a difusividade mássica da água no fruto de café, D , como função da umidade do fruto de café e da temperatura do fruto de café durante a secagem do mesmo descrita na Equação (3.19).

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} [D] = G \quad (5.93)$$

A derivada de f em relação à T é escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} [D] = H \quad (5.94)$$

Voltando ao desenvolvimento da Equação (5.91):

$$\frac{\partial X}{\partial t} = f \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + G \left(\frac{\partial X}{\partial r} \right)^2 + H \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial X}{\partial r} + \frac{2}{r} f \frac{\partial X}{\partial r} \quad (5.95)$$

Assim, utilizando a adimensionalização do raio do sólido e em sequência mudando a sua variável, têm-se:

$$\xi = r/R \quad (5.8)$$

$$u = \xi^2 \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = 2\xi = 2\sqrt{u} \quad (5.27)$$

Substituindo na Equação (5.95) a mesma ficará:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{6f}{R^2} \frac{\partial X}{\partial u} + \frac{4uf}{R^2} \frac{\partial^2 X}{\partial u^2} + \frac{4uG}{R^2} \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)^2 + \frac{4uH}{R^2} \frac{\partial T}{\partial u} \frac{\partial X}{\partial u} \quad (5.96)$$

Discretizando a Equação (5.96):

$$\begin{aligned} \frac{dX_j}{dt} = & \left[\frac{6f_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right) + \frac{4u_j f_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{N+1} B_{X_{j,i}} X_i \right) + \frac{4u_j G_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{4u_j H_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{M+1} A_{T_{j,i}} T_i \right) \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right) \right] \end{aligned} \quad (5.97)$$

Extraindo o último termo de cada somatório, tem-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{dX_j}{dt} = & \frac{6f_j}{R^2} \left(A_{X_{j,N+1}} X_{N+1} + \sum_{i=1}^N A_{X_{j,i}} X_i \right) + \\ & + \frac{4u_j f_j}{R^2} \left(B_{X_{j,N+1}} X_{N+1} + \sum_{i=1}^N B_{X_{j,i}} X_i \right) + \\ & + \frac{4u_j G_j}{R^2} \left(A_{X_{j,N+1}} X_{N+1} + \sum_{i=1}^N A_{X_{j,i}} X_i \right)^2 + \end{aligned} \quad (5.98)$$

$$+ \frac{4u_j H_j}{R^2} \left(A_{T_{j,N+1}} T_{N+1} + \sum_{i=1}^M A_{T_{j,i}} T_i \right) \left(A_{X_{j,N+1}} X_{N+1} + \sum_{i=1}^N A_{X_{j,i}} X_i \right), \text{ para } j = 1:N$$

Com a mudança de variável e utilização do método ortogonal, tem-se:

Para $t = 0$ e $\forall u$:

$$X_j = X_0 \quad \text{para } j = 1, \dots, N + 1 \quad (5.99)$$

Para $j = 1$ e $\forall u$ esta condição será automaticamente satisfeita, pois $X_j(u)$ possui derivada nula na origem.

E para $j = N + 1$, tem-se:

$$-\frac{2f_j}{R} \frac{\partial X_j}{\partial u} \Big|_{j=N+1} = h_{m_j} (X_j - Y)_{j=N+1} \quad (5.100)$$

Discretizando a Equação (5.100), tem-se:

$$-\frac{2f_{N+1}}{R} \sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{N+1,i}} X_i = h_{m_{N+1}} (X_{N+1} - Y) \quad (5.101)$$

As Equações (5.98) e (5.101) foram implementadas no Scilab[®] para a simulação do processo junto com o balanço de energia que está descrito a seguir.

Balanço de Energia

O balanço de energia é representado pela Equação (5.102).

$$\frac{\partial(\rho_r h)}{\partial t} = \nabla \cdot (K_s \nabla T_s) \quad (5.102)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação é a variação de entalpia do fruto de café na secagem e o primeiro termo do lado direito da equação é a variação de entalpia pelo fluxo condutivo (CHEMKHI et al., 2005).

A entalpia, h , é definida pela Equação (5.103).

$$h = C_{p,s} T_s \quad (5.103)$$

substituindo a Equação (5.103) na Equação (5.102), tem-se:

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (K_s \nabla T_s) \quad (5.104)$$

sendo ρ_r a densidade do sólido, $C_{p,s}$ o calor específico do sólido, K_s a condutividade térmica do sólido, t o tempo de secagem e T_s a temperatura do sólido.

As condições iniciais e as de contorno para o modelo de transferência de energia são mostradas a seguir:

$$t = 0, \quad T_s = T_{s0}, \quad \text{para } \forall x \quad (5.105)$$

$$x = 0, \quad \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=0} = 0, \quad \text{para } \forall t \quad (5.106)$$

$$x = e, \quad h_c (T_s^{sup} - T_{ar}) = -K_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=e}, \quad \text{para } \forall t \quad (5.107)$$

sendo T_s^{sup} a temperatura da superfície do sólido e h_c o coeficiente de transferência de calor.

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 K_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad (5.108)$$

E assim,

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \left(\frac{2K_s}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial K_s}{\partial r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} \right) \quad (5.109)$$

mas como

$$\frac{\partial K_s}{\partial r} = \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} = K_X \frac{\partial X}{\partial r} \quad (5.110)$$

tem-se que

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \left(\frac{2K_s}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} \right) \quad (5.111)$$

No primeiro termo da Equação (5.111), foi definido anteriormente que a densidade e o calor específico do fruto de café são funções do conteúdo de umidade do fruto. Com isso, derivando-se o primeiro termo, tem-se:

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + \rho_r T_s \frac{\partial C_{p,s}}{\partial t} + C_{p,s} T_s \frac{\partial \rho_r}{\partial t} \quad (5.112)$$

Ou,

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + \rho_r T_s \frac{\partial C_{p,s}}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t} + C_{p,s} T_s \frac{\partial \rho_r}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t} \quad (5.113)$$

Assim,

$$\frac{\partial \rho_r C_{p,s} T_s}{\partial t} = \rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + \underbrace{\left(\rho_r T_s \frac{\partial C_{p,s}}{\partial X} + C_{p,s} T_s \frac{\partial \rho_r}{\partial X} \right)}_M \frac{\partial X}{\partial t} \quad (5.114)$$

Substituindo-se a Equação (5.114) na Equação (5.111), tem-se:

$$\rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + M \frac{\partial X}{\partial t} = \left(\frac{2K_s}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial T_s}{\partial r} + K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} \right) \quad (5.115)$$

No balanço de massa foram empregadas duas mudanças de variáveis, conforme descrito pela Equação (5.8) e (5.26).

$$\xi = r/R \quad (5.8)$$

$$u = \xi^2 \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = 2\xi = 2\sqrt{u} \quad (5.27)$$

Com essas mudanças a Equação (5.115) é descrita da seguinte maneira:

$$\rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + M \frac{\partial X}{\partial t} = \left(\frac{2K_s}{R^2 \xi} \frac{\partial T_s}{\partial \xi} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \xi} \frac{\partial T_s}{\partial \xi} + \frac{K_s}{R^2} \frac{\partial^2 T_s}{\partial \xi^2} \right) \quad (5.116)$$

Em sequência, tem-se:

$$\rho_r C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + M \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{6K_s}{R^2} \frac{\partial T_s}{\partial u} + \frac{4u}{R^2} \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial T_s}{\partial u} + \frac{4uK_s}{R^2} \frac{\partial^2 T_s}{\partial u^2} \quad (5.117)$$

Isolando a derivada $\partial T_s / \partial t$ da Equação (5.117), tem-se:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = -\frac{M}{\rho_r C_{p,s}} \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{1}{\rho_r C_{p,s}} \left(\frac{6K_s}{R^2} \frac{\partial T_s}{\partial u} + \frac{4u}{R^2} \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial T_s}{\partial u} + \frac{4uK_s}{R^2} \frac{\partial^2 T_s}{\partial u^2} \right) \quad (5.118)$$

Podendo ser representada da seguinte forma:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = -\frac{M}{\rho_r C_{p,s}} A + \frac{B}{\rho_r C_{p,s}} \quad (5.119)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = A \quad (5.120)$$

$$A = \frac{2f}{R^2} \frac{\partial X}{\partial u} + \frac{4uf}{R^2} \frac{\partial^2 X}{\partial u^2} + \frac{4uG}{R^2} \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)^2 - \frac{4uH}{R^2} \frac{\partial T_s}{\partial u} \frac{\partial X}{\partial u} + \frac{4f}{R^2} \frac{\partial X}{\partial u} \quad (5.121)$$

$$B = \frac{6K_s}{R^2} \frac{\partial T_s}{\partial u} + \frac{4uK_s}{R^2} \frac{\partial^2 T_s}{\partial u^2} + \frac{4u}{R^2} \frac{\partial K_s}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial T_s}{\partial u} \quad (5.122)$$

A variável A vem da Equação (5.95) e é representada na Equação (5.98) de forma discretizada.

$$\frac{\partial T_{s_j}}{\partial t} = - \frac{M_j}{\rho_{r_j} C_{p,s_j}} A_j + \frac{B_j}{\rho_{r_j} C_{p,s_j}} \quad (5.123)$$

Em que:

$$A_j = \frac{6f_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right) + \frac{4u_j f_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{N+1} B_{X_{j,i}} X_i \right) + \frac{4u_j G_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right)^2 + \frac{4u_j H_j}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{M+1} A_{T_{j,i}} T_i \right) \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right) \quad (5.124)$$

$$B_j = \frac{6K_{s_j}}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{M+1} A_{T_{j,i}} T_i \right) + \frac{4u_j K_{s_j}}{R^2} \left(\sum_{i=1}^{M+1} B_{T_{j,i}} T_i \right) + \frac{4u_j}{R^2} \frac{\partial K_{s_j}}{\partial X_j} \left(\sum_{i=1}^{M+1} A_{T_{j,i}} T_i \right) \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{X_{j,i}} X_i \right) \quad (5.125)$$

Utilizando a mudança de variável, tem-se:

Para $t = 0$ e $\forall u$:

$$T_{s_j} = T_{s_0} \quad \text{para } j = 1, \dots, M + 1 \quad (5.126)$$

Para $j = 1$ e $\forall u$ esta condição será automaticamente satisfeita, pois $T_{s_j}(t)$ possui derivada nula na origem.

E para $j = M + 1$, tem-se:

$$- \frac{2K_{s_{M+1}}}{R} \left(\frac{\partial T_s}{\partial u} \right)_{M+1} = h_{c_{M+1}} (T_{ar} - T_{s_{M+1}}) \quad (5.127)$$

Aplicando o método de colocação ortogonal:

$$- \frac{2K_{s_{M+1}}}{R} \left(\sum_{i=1}^{M+1} A_{T_{j,i}} T_i \right) = h_{c_{M+1}} (T_{ar} - T_{s_{M+1}}) \quad (5.128)$$

As Equações (5.123) e (5.128) foram implementadas em conjunto com as Equações (5.98) e (5.101) no programa Scilab®.

Os parâmetros usados para a simulação do Modelo 3 estão apresentados na Tabela 5.3. Estes parâmetros são baseados nos dados experimentais de Sfredo (2006).

Tabela 5.3 – Parâmetros do produto e do processo adotados na simulação do Modelo 3.

Raio médio do fruto de café para $t = 0$, $R_{fc,0}$:	0,0075 m
Umidade inicial do fruto de café, X_0 :	2,05 kg água/kg café seco
Umidade relativa média do ar de secagem, UR :	0,166
Temperatura média do ar de secagem, $T_{ar,m}$:	41,1 °C
Temperatura inicial do fruto de café, $T_{fc,0}$:	30 °C

A Figura 5.12 apresenta o comportamento temporal da temperatura média para as três representações investigadas. Pode-se observar que todos os modelos descreveram com bastante proximidade o comportamento da temperatura média do fruto de café durante a secagem. Embora o Modelo 2 tenha levado a temperatura do fruto a um patamar ligeiramente superior aos outros modelos.

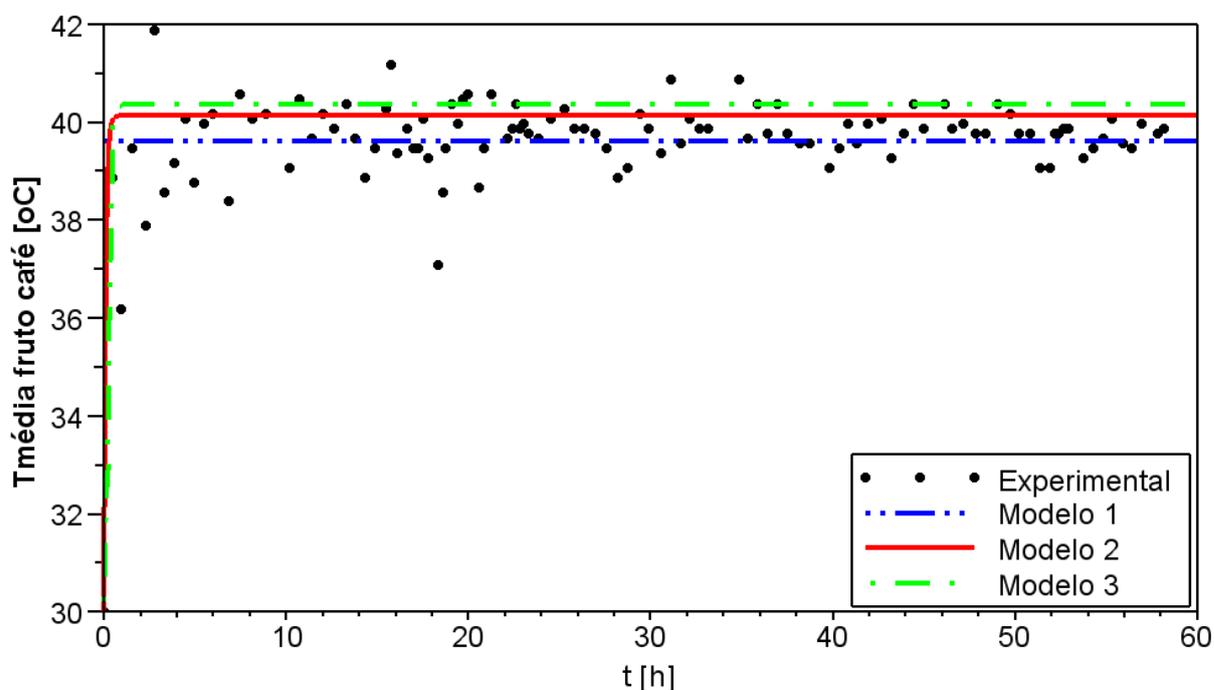


Figura 5.12 – Comportamento do perfil transiente de temperatura para a secagem do fruto de café para os três modelos simulados junto com os dados experimentais de Sfredo (2006).

A Figura 5.13 apresenta o comportamento temporal do conteúdo médio de umidade no fruto, comparando-se com os dados experimentais de Sfredo (2006). Mesmo utilizando parâmetros variantes, a representação do Modelo 3 apresentou resultados inferiores àqueles dos Modelos 1 e 2, com a somatória do erro quadrado igual a 2,5260. Esse resultado, embora não esperado, parece indicar que as correlações utilizadas subdimensionaram algumas propriedades utilizadas pelo modelo. Outro aspecto importante a ser considerado, é a sensibilidade do modelo em relação aos erros na difusividade mássica. Recalculando-se o Modelo 3 utilizando as modificações na condição de contorno, tem-se o comportamento descrito na Figura 5.14.

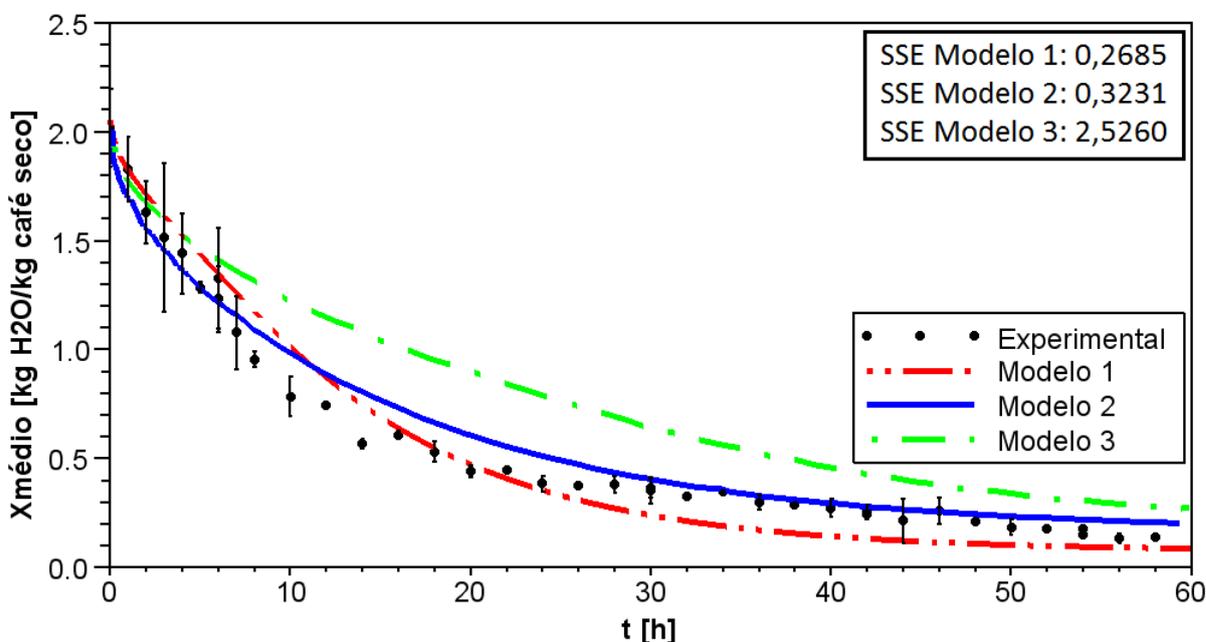


Figura 5.13 – Comportamento do perfil transiente de conteúdo de umidade para a secagem do fruto de café.

A Figura 5.14 apresenta o comportamento do conteúdo de umidade média do fruto de café com a correção de que o último ponto esteja na condição de saturação. Com esta modificação a somatória do erro quadrado do Modelo 3 passa a ser igual a 0,3711, bem inferior ao modelo sem a modificação. Em resumo, o Modelo 3 modificado teve comportamento satisfatório até a vigésima hora de secagem, sendo que após esse tempo o houve uma divergência dos resultados de Sfredo (2006). Porém, Na quinquagésima hora em diante os resultados ficaram bem semelhantes, ou seja, ao final da secagem o modelo pode prever adequadamente o valor do conteúdo de umidade do fruto de café na operação de secagem. Os Modelos 1 e 2 também previram adequadamente o valor do conteúdo de

umidade médio do fruto de café, porém com maior erro. Pode-se verificar assim que todos os modelos representam de forma aceitável o comportamento desse sistema.

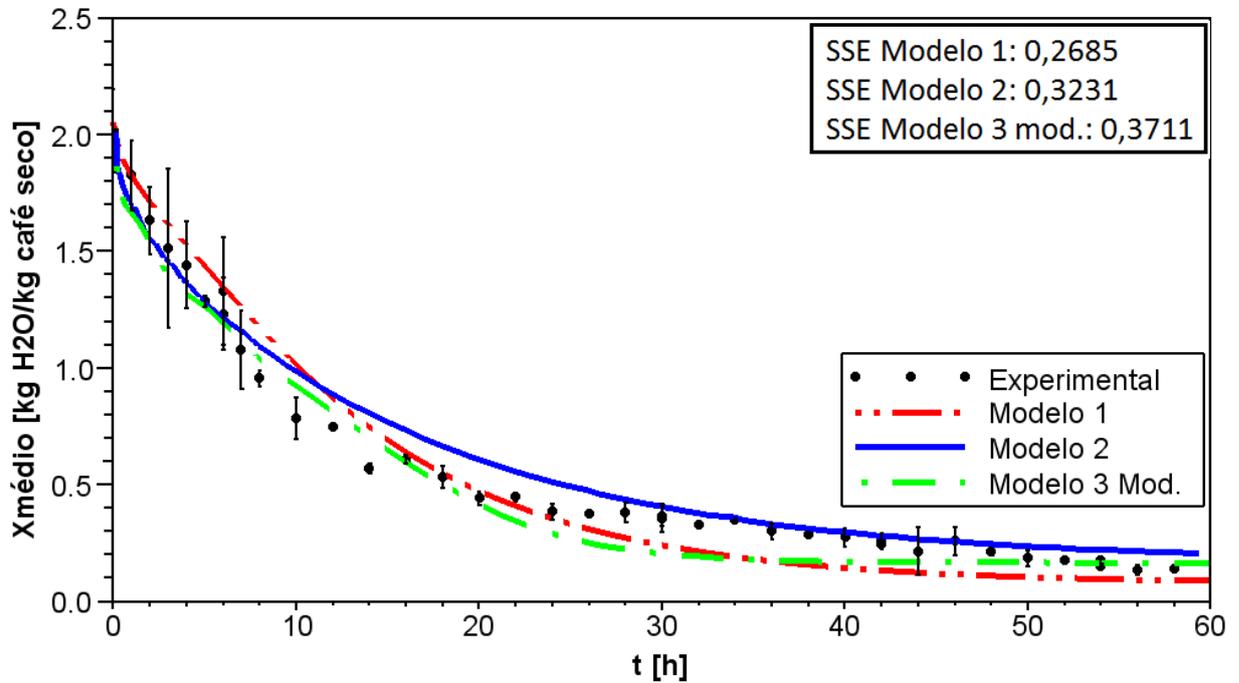


Figura 5.14 – Comportamento do perfil transiente de conteúdo de umidade para a secagem do fruto de café com difusividade mássica corrigida para equilíbrio.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Diante dos resultados obtidos no presente trabalho, tem-se as seguintes conclusões:

6.1 – Quanto ao Número de Nusselt Correlacionado

Na simulação da secagem do fruto de café, buscou-se adquirir correlação empírica utilizando os dados experimentais obtidos por Sfredo (2006). Em seguida comparou os resultados obtidos com a equação de definição do adimensional de Nu (Equação (4.20)). A correlação obtida (Equação (4.33)) teve uma coeficiente de correlação de 0,9999, demonstrando que alcançou-se uma correlação que descreve bem o perfil do número de Nusselt em função do conteúdo de umidade dos frutos de café.

6.2 – Quanto ao Resultado do Modelo de Arrieche (2007)

Foi avaliada no modelo utilizado por Arrieche (2007) a variação do conteúdo de umidade para várias posições radiais do fruto, considerando inclusive o encolhimento do fruto. No entanto não simula a temperatura do fruto durante a secagem.

Apesar desta simplificação, o modelo descreveu adequadamente os resultados obtidos por Sfredo (2006), referentes à umidade do café.

6.3 – Quanto ao Resultado do Modelo de Hussain e Dincer (2003)

No modelo de Hussain e Dincer (2003), foi simulado a variação do conteúdo de umidade e da temperatura do fruto de café ao longo da secagem e para cada posição radial. As propriedades termo-físicas do fruto foram consideradas constantes, inclusive o diâmetro do

fruto. Mesmo assim, nesta simulação obtiveram-se bons valores descrevendo da variação do conteúdo de umidade médio e da temperatura média do fruto de café quando comparados aos dados experimentais e a faixa de erro do trabalho de Sfredo (2006).

Percebeu-se nesta simulação uma intensa perda de umidade na superfície da partícula fruto, isso se deve ao tipo de modelo adotado.

6.4 – Quanto ao Resultado do Modelo de Chemkhi et. al. (2005) Modificado

O modelo modificado apresentou comportamento qualitativamente equivalente àqueles anteriores, sob um custo computacional bem mais elevado. Os efeitos de vibração foram adicionados nessa formulação através da avaliação dos parâmetros sob essas condições. Ao final da simulação o valor do conteúdo de umidade do fruto de café simulado ficou bem próximo aos dados experimentais de Sfredo (2006).

Percebe-se a grande influência da difusividade mássica nos resultados, indicando que correlações que levem em consideração as alterações no fruto de café (com o encolhimento podem ser necessárias para uma descrição mais exata da realidade).

6.5 – Quanto ao Método Numérico Adotado

O método numérico da colocação ortogonal unidimensional mostrou-se adequado para a solução das equações diferenciais parciais descrevendo os modelos.

O integrador de problema ODE do programa Scilab[®] que é uma função para resolver sistemas EDOs dos Modelos 1 e 2 mostrou-se eficiente para resolução do logaritmo para o número de pontos de colocação internos definidos.

Para o Modelo 3 o integrador DASSL mostrou-se eficiente na resolução do algoritmo mesmo esse sendo mais complexo.

Para os trabalhos futuros têm-se as seguintes sugestões:

- Modelagem e simulação do secador em questão.
- Modelagem e simulação das tensões no interior do sólido como função do conteúdo de umidade do fruto de café.
- Estudo de aumento de escala (*scale-up*) do secador para tamanho industrial.

CAPÍTULO 7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBASI SOURAKI, B. e MOWLA, D. - Axial and radial moisture diffusivity in cylindrical fresh green beans in a fluidized bed dryer with energy carrier: Modeling with and without shrinkage. *Journal of Food Engineering* 88 (1), 9–19. 2008.
- AFONSO JR, P. C.; CORRÊA, P. C.; PINTO, F. A. C. e NARDELLI, P. M. – Propriedades Termofísicas dos frutos e sementes de café: Determinação e modelagem. *Revista Brasileira de Armazenamento, Especial Café*. Viçosa. MG. Nº 4, pag. 09-15, 2002.
- AFONSO JR, P. C.; P. C., CORRÊA; F. A. C., PINTO e C. P., SAMPAIO – Shrinkage evaluation of Five different varieties of coffee berries during the drying process. *Biosystems Engineering*. v. 86; n. 4; pg 841 – 485; 2003.
- AMARAL, H. M. C. - Método dos Resíduos Ponderados. Relatório Técnico 001/2006. Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade Estadual do Maranhão.
- ANAGNOSTOPOULOS, G. - Water Activity in Food. *Nutrition and Food Science*, v. 59, p. 6-7, 1979.
- ARRIECHE, L. s. - Evolução da Forma e Encolhimento de um Sistema Gel Durante a Secagem por Convecção Forçada. 2003. 136f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.
- ARRIECHE, L. S. - Modelagem Matemática do Processo de Secagem, por Convecção Forçada, de Sistemas Simuladores de Alimentos Esféricos e Deformáveis. 2007. 129f. Tese (doutorado) em Engenharia Química. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.
- AZZOUZ, S.; GUIZANI, A.; JOMAA, W. e BELGHITH, A. - Moisture Diffusivity and Drying Kinetic Equation of Convective Drying of Grapes - *Journal of Food Engineering*, vol. 55, pg 323-330, 2002.
- BANZATTO, L. L. Secador de Bandejas Vibradas: Controle do Escoamento dos Sólidos e Regeneração do Potencial do Ar de Secagem. Tese de Mestrado. Uberlândia, UFU, 2000. 90p.
- BEAR, J. Eight lectures on mathematical modelling of transport in porous media. In: J. BEAR e J.M. BUCHLIN, eds. *Modelling and applications of transport phenomena in porous media*. Dordrecht: Kluwer Academic Pub., 1991. p. 1-194.

- BIRD, R.B.; STEWART, W.E. e LIGHTFOOT, E.N. – Transport phenomena. Nova York: John Wiley & Sons, 2002. Segunda edição. 895p.
- BOERI, C. N.; KHATCHATOURIAN, O. - Um modelo matemático para simulação de secagem de gr de soja. In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2005, São Paulo. Anais do XXVIII CNMAC, 2005.
- BOERI, C. N.; KHATCHATOURIAN, O. – Modelagem matemática da secagem de grãos de soja em camada fina, 2007, 154 f, Dissertação (Mestrado em Física Estatística e Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.
- BORÉM, F. M.; RIBEIRO, RUBEN, C. M. S.; CORRÊA, P. C. e PEREIRA, R. G. F. A. - Propriedades Térmicas de Cinco Variedades de Café Cereja Descascado. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental. v.6, n.3, p.475-480, 2002.
- BRAGA FILHO, W. – Análise Dimensional. Disponível em:< <http://venus.rdc.puc-rio.br/wbraga/transcal/topicos/anadim.htm>>, acesso: 21/11/2011.
- BROD, F. P. R. – Avaliação de um secador vibro-fluidizado. 2003. 361 f. Tese de Doutorado da Faculdade de Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2003.
- CAVALCANTI MATA, M. E. R. M.; DANTAS, L. A. e BRAGA, M. E. D. – Programa Computacional para Simulação de Secagem de Grãos. Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais, Campina Grande, v. 1, n. 1, p. 33-50, 1999.
- CHEMKHI, S.; ZAGROUBA, F. e BELLAGI, A. – Mathematical model for drying of highly shrinkable media. Drying Technology, v. 22, n. 5, pg. 1023-1039, 2004.
- CHEMKHI, S.; ZAGROUBA, F. e BELLAGI, A. - Modelling and Simulation of Drying Phenomena With Rheological Behaviour. Brazilian Journal of Chemical Engineering. Vol. 22, No. 02, pag. 153-163, Abril-Junho, 2005.
- CHLENOV, V. A. e MIKHAILOV, N. V. – Vibrokipyashchii Sloi, (Vibrofluidized Bed), Nauka, Moscow, 1972.
- CHOC, M. - Strojirenstvi, 25, 8, 1975.
- CHOI, Y. e OKOS, M. R. - Effects os temperature and composition on the thermal properties of food. Food Engineering and Process Aplications, v. 1, p. 93-101, 1986.
- CIRO V., H. J. - Secado de Café con Inversión Periódica de Flujo de Aire. Thesis M. sc. (Mechanical Engineering). University of Puerto Rico, Mayagües Campus. Mayagües, Puerto Rico. 2000.
- CONAB (Companhia Nacional de Abastecimento) - Acompanhamento da Safra Brasileira; Café - Safra 2011; Primeira Estimativa Janeiro/2011. Disponível em:< http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/11_01_06_08_52_41_boletim_cafe_1a_estimativa_safra_2011..pdf>, acesso: 04/10/2011.

- CORRÊA, P. C.; AFONSO JÚNIOR, P. C.; SAMPAIO, C. P.; CARDOSO, J. B. Estudo da Avaliação da Forma dos Frutos de Café em Processos de Secagem. I Simpósio de Pesquisa dos Cafés do Brasil, Brasília, Embrapa Café e MINASPLAN, v. 2, p. 1114-1117, 2000.
- COUTO, S. M.; MAGALHÃES, A. C.; QUEIROZ, D. M e BASTOS, I. T. - Massa Específica Aparente e Real e Porosidade de Grãos de Café em Função do Teor de Umidade. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.3, n.1, p. 61-68, 1999.
- COVRE, A. M.;PARTELLI, F. L.; MAURI, A. L.; VIEIRA, H. D. e ESPINDOLA, M. C. - Crescimento e desenvolvimento de mudas de café conilon. VII Simpósio de pesquisa dos cafés do Brasil. Araxá, MG. Disponível no site: <<http://www.alice.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/901549/1/espindula32.pdf>>, acesso: 08/10/2011.
- CRANK, J. - The Mathematics of Diffusion. 2a. ed. England: Oxford University Press, 1975.
- CRONIN, K.; Probabilistic simulation of batch tray drying using Markov chains and the Monte Carlo technique. Journal of Food Process Engineering, v. 21, n. 6, p. 459-483, 1998.
- CURCIO, S.; Aversa, M.; Calabrò, V. e Iorio, G. - Simulation of food drying: FEM analysis and experimental validation. Journal of Food Engineering, V. 87, p. 541-553, 2008.
- DISSA, A. O.; DESMORIEUX, H.; SAVADOGO, P.W.; SEGDA, B.G. e KOULIDIATI, J. - Journal of Food Engineering - Vol. 97, p. 410-418, 2010.
- EGGERS, R. e PIETSCH, A. - Technology I: Roasting. In: CLARKE, J. e VITZTHUM, O. G. - Coffee: Recent Developments. Oxford; Malden, MA: Blackwell Science, 2001. pag. 90-107.
- FARIAS, R. P.; SANTIAGO, D. C.; HOLANDA, P. R. H. e LIMA, A. G. B. – Drying of grains in conveyor dryer and cross flow: a numerical solution using finite volume method. Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais. Campina Grande, v. 6, n. 1, p. 1-16, 2004.
- FINLAYSON, B. – The Method of Weigthed Residuals and Variational Principles. Academic Press, New York (1972).
- FINZER, J.R.D.; KIECKBUSCH, T.G. Secagem em sistemas com vibração. In: FREIRE, J.T., SARTORI, D.J.M. Tópicos especiais em secagem, São Carlos, SP: UFSCar, 1992. v.1, p.87-127.
- FRAVET, F. F. M. F. - Modelagem e Simulação do Processo de Esterilização Térmica em Batelada de Vegetais em Conserva, 2006. 216 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.
- FREGOLENTE, L. V.; SANTOS, O. A. A.; JORGE, L. M. M. – Estimativa das propriedades térmicas efetivas de grãos em um secador de leito fixo, 2004. Ciênc. Tecnol. Aliment., Campinas, 24(2): 270-276, abr.-jun. 2004.

- FREITAS, A. O. – Secagem de café em múltiplas bandejas vibradas com recirculação. 1998. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1998.
- GEANKOPLIS, C. J. - Transport Processes and Unit Operations. Newton, MA: Allyn e Bacon, 1978. 849 p.
- GUPTA, R.; MUJUMDAR, A.S. - Aerodynamics of a vibrated fluid bed. The Canadian Journal of Chemical Engineering, Ottawa-Canada, v.58, n.3, p.332-338, 1980.
- HALAL, S. L. M. – Composição, procesamento e qualidade do café. 2008. 47 f. Monografia (Graduação em Química de Alimentos) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2008.
- HARRISON, R. G.; TODD, P.; RUDGE, S. R.; PETRIDES, D. P. – Separating the Meat from the Soup - Bioseparations Science and Engineering. New York. Oxford University Press. 2003.
- HASHEMI, G.; MOWLA, D. e KAZEMEINI, M. - Moisture diffusivity and shrinkage of broad beans during bulk drying in an inert medium fluidized bed dryer assisted by dielectric heating. Journal of Food Engineering 92 (3), 331–338. 2009.
- HERNANDEZ-DÍAZ, W. N.; RUIZ-LÓPEZ, I. I.; SALGADO-CERVANTES, M. A.; RODRÍGUEZ-JIMENEZ e GARCÍA-ALVARADO, M. A. – Modeling heat and mass transfer during drying of Green coffee beans using prolate spheroidal geometry. Journal of Food Engineering, v. 86, pg 1-9, 2008.
- HINDMARSH, A. C. - Isode and Isodi, two new initial value ordinary differential equation solvers, acm-signum newsletter, vol. 15, no. 4 (1980), pp. 10-11.
- HOVMAND, S. - Fluidized bed drying. In: MUJUMDAR, A. S. Handbook of Industrial Drying. New York: Marcel Dekker Inc., cap. 6, p. 165-225, 1987.
- HUSSAIN, M. M. e DINCER, I. - Analysis of Two-dimensional Heat and Moisture Transfer During Drying of Spherical Objects. International Journal of Energy Research. Vol. 27; pag 703-713. 2003.
- IBARZ, A e BARBOZA-CÁNOVAS, G. V.; - Unit operations in food engineering. Boca Raton: CRC Press, 2003. 889 p.
- IGLESIAS, H.A., CHIRIFE, J. - Handbook of Food Isotherms: Water Sorption Parameters for Food and Food Components, Academic Press, New York, 1982.
- ISLAM, M.R.; MUJUMDAR, A.S. Role of product shrinkage in drying rate predictions using a liquid diffusion model. International Communications in Heat and Mass Transfer, 30 (3), p. 391-400, 2003.

- JANJAI, S.; MAHAYOTHEE, B.; LAMLERT, N.; BALA, B. K.; PRECOPPE, M.; NAGLE, M. e MÜLLER, J. - Diffusivity, shrinkage and simulated drying of litchi fruit (*Litchi Chinensis* Sonn.). *Journal of Food Engineering*. v. 96. pg 214-221. 2010.
- JOMAA, W.; PUIGGALI, J.R. – Drying of shrinking materials: modeling with shrinkage velocity. *Drying Technology* 9 (5), p. 1272-1293, 1991.
- KATEKAWA, M. E. - Análise Teórico-Experimental do Encolhimento: Estudo da Secagem da Banana, 2006, 197 f. Tese de doutorado em Engenharia Química. Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, 2006.
- KATEKAWA, M.E. e SILVA, M.A. - A Review of drying models including shrinkage effects, *Drying Technology* 24 (1), p. 5-20, 2006.
- KAVETSKII, G. D.; CHECHETKIN, V. I. e KARTECNIN, V. N. - Tez. Dokl. VNTK Intensif. Prots. Sushki i Ispolz. Novoi Tekhniki, Kalinin, 1977.
- KECHAOU, N. e ROQUES, M. A. - A Variable Diffusivity Model for Drying of Highly Deformable Materials. In *Drying '89*, Eds. A. S. Mujumdar and M. Roques, hemisphere Publ. Co., New York, pp. 332-338, 1990.
- KEEY, R.B. - Drying of loose and particulate materials. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1992, 504 p.
- KEEY, R.B. - Drying Principles and Practice, 2nd Ed; Oxford: Pergamon, 1972, 358p.
- KEEY, R.B. - Introduction to industrial drying operations. Oxford: Pergamon Press, 1978. 376 p.
- KIRANOUDIS, C. T.; MAROULIS, Z. B. e MARINOS-KOURIS, D. - Heat and Mass Transfer Model Building in Drying With Multiresponse Data. *International Journal Heat Massa Transfer*, Vol. 38, nº 3, pg. 463-480, 1995.
- KOWASKI, S. J.; - Thermomechanical approach to shrinking and cracking phenomena in drying. *Drying Technology*, v. 19, n. 5, p. 731-765, 2001.
- LOPEZ, A.; VIRSEDA, P.; ABRIL, J. - Influence of Dry Matter Content and Drying Conditions on Effective Diffusion Coefficient of Onion (*Allium cepa*, L.); *Drying Technology: An International Journal*, 1532-2300, Volume 13, issue 8, pg 2181–2190, 1995.
- LUIKOV, A.V. e MIKHAYLOV, Y. – Theory of energy and mass transfer. Oxford: Pergamon Press, 1965. 392p.
- MAURO, M.A. Difusão multicomponente em sistemas biológicos – modelagem e simulação numérica. Campinas: FEA/Unicamp, 1998. 266p. Tese (doutorado).
- MAPA (Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento) – Balança Comercial. Exportações de produtos agrícolas. Agosto, 2011. Disponível em:

- <http://www.agricultura.gov.br/arq_editor/file/4906_exp_-_principais_produtos_-_ago_2011.xls>. Acesso em: 03 Out. 2011.
- MAYOR, L.; SERENO, A.M. Modelling shrinkage during convective drying of food materials: a review. *Journal of Food Engineering* 61 (3), p. 373-386, 2004.
- MENON, A.S.; MUJUMDAR, A.S. Drying of solids: principles, classification, and selection of dryers. In: MUJUMDAR, A.S. *Handbook of Industrial Drying*. New York: Marcel Dekker Inc., 1987. cap. 9, p. 295-326.
- MENEZES, E. A. – Secador de Bandejas Vibradas Aplicado à Secagem de Grãos de Café. Tese de Mestrado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, UFU, 1996. 99p.
- MESA PÉREZ, J. – Testes em uma planta de pirólise rápida de biomassa em leito fluidizado: critério para sua otimização, 2004. Tese de Doutorado em Engenharia Agrícola – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.
- MOHSENIN, N. N. – *Physical properties of plants and animals materials*. 4ª Ed. Amsterdam: Gordon and Breach Publishers, 1996. 847p.
- MOREIRA, M. F. P. – Secagem de Gel Ágar, 2000. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2000.
- MUJUMDAR, A.S. e DEVAHASTIN, S. – *Mujumdar's Practical Guide to Industrial Drying: Fundamental Principles of Drying*. Ed. Sakamon Devahastin, Exergex Corp., Brossard, Quebec, 2000, 187p.
- MULET, A. - Drying Modeling and Water Diffusivity in Carrot and Potatos. *Journal of Food Engineering*, Great Britain, n. 45, 1994.
- NELLIST, M.E. - Developments in continuous flow grain dryers. *The Agricultural Engineering*. [S.l.: s.n.], Autumn, p.74-80. 1982.
- NONHEBEL, G. e MOSS, A. A. H. – *Drying of solids in the chemical industry* – Butterworths McGraw-Hill, 2nd edition, 1971.
- NSONZI, F.; RAMASWAMY, H. S. - Osmotic Dehydration Kinetics of Blueberries. *Drying Technology: An International Journal*, 1532-2300, Volume 16, Issue 3, pg 725 – 741, 1998.
- OIC (Organização Internacional do Café) – Relatório Mensal sobre o Mercado Cafeeiro. Agosto, 2011. Disponível em: <<http://dev.ico.org/documents/cmr-0811-p.pdf>>. Acesso em: 03 Out. 2011a.
- OIC (Organização Internacional do Café) – Field Processing. Disponível em: <http://www.ico.org/field_processing.asp>. Acesso em: 15 Nov. 2011b.
- PAKOWSKI, Z. - Tese de Doutorado em Engenharia Química. Lodz Technical University. 1981.

- PAKOWSKI, Z.; MUJUMDAR, A.S.; STRUMILLO, C. - Theory and application of vibrated beds and vibrated fluid beds for drying process. In: MUJUMDAR, A. S. (ed.) *Advances in drying*. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1984. v.3, cap.7, p. 245-306.
- PALACIN, J. J. F.; LACERDA FILHO, A. F.; MELO, E. C. e TEIXEIRA, E. C. - Secagem combinada de café cereja descascado - *Revista Engenharia na Agricultura Departamento de Engenharia Agrícola Universidade Federal de Viçosa*. Vol. 17, n. 3, maio-junho, 2009.
- PARK, Kil Jin ; BROD, F. P. R. ; PÉCORÁ, A. A. B. . Transferência de calor em leitos fluidizados borbulhantes e leitos vibro-fluidizados - revisão. *Revista da Sociedade Brasileira de Ciência e Tecnologia de Alimentos*, Campinas-SP, v. 34, n. 2, p. 113-127, 2001.
- PARRY, J. L. – Mathematical modeling and computer simulation of heat and mass transfer in agricultural grain drying: a review. *Journal of Agricultural Engineering Research*, v. 32, p. 1-29, 1985.
- PÉREZ-ALEGRÍA, L. R. e CIRO-VELÁSQUEZ, H. J. – Mathematical simulation of parchment coffee drying in a deep bed with airflow reversal. *American Society of Agricultural Engineers*, v. 44, n. 5, pg. 1229-1234, 2001a.
- PÉREZ-ALEGRÍA, L. R.; CIRO, H. J. e ABUD, L. C. - Physical and Thermal Properties of Parchment Coffee Bean - *American Society of Agricultural Engineers*. v. 44(6), pg 1721-1726, 2001b.
- PERRY, R. H; GREEN, D. W. – *Peery's Chemical Engineers Handbook*. Seventh Edition. USA: McGraw-Hill, 1999.
- PINTO, J. C. C. S. e LAGE, P. L. C. – *Métodos Numéricos em Problemas de Engenharia Química*. Escola Piloto de Engenharia Química. Programa de Engenharia Química da Universidade Federal do Rio de Janeiro. 1997.
- QUEIROZ, M.R.; NEBRA, S.A. Theoretical and experimental analysis of the drying kinetics of bananas, *Journal of Food Engineering* 47, p. 127-132, 2001.
- ROMERO-PEÑA, L. M. e KIECKBUSCH, T. G. - Influência de Condições de Secagem na Qualidade de Fatias de Tomate. *Brazilian Journal of Food Technology*. v.6, n.1, p.69-76, jan./jun., 2003
- ROSABAL, J. - *Teoria del Escalado edición ISPJAM*, Santiago de Cuba, Cuba, 1988;
- ROSSELLÓ, C.; SIMAL, S.; SANJUAN, N.; MULET, A. Nonisotropic mass transfer model for green bean drying. *Journal of Agricultural Food Chemistry* 45 (2), p. 337-342, 1997.

- ROSSI, S.J.; ROA, G. - Secagem e armazenamento de produtos agropecuários com uso de energia solar e ar natural. São Paulo: Academia de Ciências do Estado de São Paulo. 295p, 1980.
- SBRODOV, M. E. - Sbornik: Sovremennaya Tekhn. Sushki Zerna (Contemporary Technology of Drying Grains), Bryansk, 1967.
- SMALL, L. E. e HORREL, R. S. – High yield coffee technology. In: Proceeding of the 15th ASIC Colloquium (Montpellier), pag. 719-23. ASIC, Paris, France, 1993.
- SFREDO, M. A. - Secagem de café para obtenção de bebidas finas, 2002. 197 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2002.
- SFREDO, M. A. - Estudo da Dispersão na Secagem de Frutos de Café em Secador de Bandejas Vibradas, 2006. 319 f. Tese de Doutorado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.
- SIMAL, S.; ROSSELLÓ, C.; BERNA, A.; MULET, A. Drying of shrinking cylindershaped bodies. *Journal of Food Engineering* 37 (4), p. 423-435, 1998.
- SISSON, L. E. e PITTS, D. R. – Fenômenos de Transporte. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1972.
- SOARES, J. B. - Curvas de secagem em camada fina e propriedades físicas de soja (*Glicine max L.*) [Thin-layer drying curves and physical properties of soybean]. Master Thesis, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Brazil. 1986.
- SRIKIATDEN, J e ROBERTS, J. S. – Predicting moisture profiles in potato and carrot during convective ho air drying using isothermally measured effective diffusivity. *Journal of Food Engineering*, v. 84, pg. 516-525, 2008.
- STEFFANI, E. – Método de Colocação Ortogonal em Elementos Finitos Aplicado à Solução de Problemas Bidimensionais de Escoamento Laminar em Dutos Cilíndricos. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas. 1993. 90 f.
- STRUMILLO, C.; PAKOWSKI, Z. – Drying of granular products in vibrofluidized beds. In: MUJUNDAR, A. S. (ed.). *Drying '80: Developments in Drying*, Washington: Hemisphere Publishing, 1980. v.1, p.211-226, 1980.
- SUAREZ, C., VIOLLAZ, P., e CHIRIFE, J. – Diffusional analysis of air drying of grain sorghum. *Journal of Food Technology*, 15, 221–232, 1980.
- SUAREZ, C.; VIOLLAZ, P. e CHIRIFE, J. – Diffusional analysis of air drying of grain sorghum. *International Journal of Food Science & Technology*. Volume 15 Issue 5, Pages 523 - 531, 2007.
- VILLADSEN, J. e MICHELSEN, M. L. – Solution of Differential Equation Models by Polynomial Approximation. Prentice-Hall. 1978.

- WHITAKER, T. B. e YOUNG, J. H. - Application of the vapor-diffusion equation for concentric sphere in describing moisture movement in peanut pod; Transactions of the ASAE; vol. 15, n° 1, pg. 167-174, 1972. American Society of Agricultural Engineers, Saint Joseph, Michigan.
- WHITAKER, S. - Heat and massa transfer in porous media. In: MUJUMDAR, A. S. - Advances in Drying. Washington: ed. Hemisphere Publishing Corporation, 1980, V. 1, p. 23-61.
- YOUCEF-ALI, S.; DESMONS, J. Y.; MESSAOUDI, H. e LE RAY, M. - Numerical and Experimental Study of the Drying of a Potato in Forced Convection in a Drier with Racks. Environment and Solar, 2000 Mediterranean Conference for. pg 175-180. 2001.
- YOUNG, H. D. e SEARS, F. W. - University Physics, 7th Ed., Addison Wesley, 1992.

APÊNDICE A

Estimativa das Propriedades dos Frutos de Café

Por apresentar várias divergências na literatura, decidiu-se estimar as propriedades dos frutos de café para que se possa ter uma base nos valores das propriedades e assim decidir qual a correlação que é melhor apresentada.

A Tabela A.1 apresenta a composição centesimal para os frutos de café, compostos em sua maior parte por água e carboidratos disponíveis (excluindo as fibras). Os principais componentes dos frutos de café são: proteína, lipídio, carboidrato, fibras, cinzas e água.

As propriedades térmicas dos frutos de café foram calculadas a partir dos modelos propostos por Choi e Okos (1986), conforme descrito a seguir:

Tabela A.1 – Composição do fruto de café (Sfredo, 2002)

Composição	Unidade	Valor por 100 g
Água	g	66,0
Proteínas	g	5,0
Lipídios	g	6,0
Carboidratos	g	21,5
Cinzas	g	1,5

A.1 Estimativa da Densidade absoluta do Fruto de Café

A partir das correlações obtidas por Choi e Oko (1986) para cada componente, temos:

$$\rho_{proteína} = 1,3299 \times 10^3 - 5,1840 \times 10^{-1} T_{fc} \quad (A.1)$$

$$\rho_{lipídios} = 9,2559 \times 10^2 - 4,1757 \times 10^{-1} T_{fc} \quad (A.2)$$

$$\rho_{carboidratos} = 1,5991 \times 10^3 - 3,1046 \times 10^{-1} T_{fc} \quad (A.3)$$

$$\rho_{cinzas} = 2,4238 \times 10^3 - 2,8063 \times 10^{-1} T_{fc} \quad (A.4)$$

$$\rho_{\acute{a}gua} = 9,9718 \times 10^2 + 3,1439 \times 10^{-3} T_{fc} - 3,7574 \times 10^{-3} T_{fc}^2 \quad (A.5)$$

sendo ρ_n a densidade para cada componente (n) (kg/m^3) e T_{fc} a temperatura do fruto de café ($^{\circ}C$).

A densidade do fruto de café (ρ_{fc}) é determinada em função da fração mássica (X_n^w) de cada componente, conforme:

$$\rho_{fc} = \frac{1}{\sum(X_n^w / \rho_n)} \quad (A.6)$$

A Figura 3.3 apresenta o comportamento do calor específico do fruto de café obtido pela Equação (A.6).

A.2 Estimativa do Calor Específico dos Frutos de Café

Para a estimativa do calor específico dos frutos de café, utilizou-se das correlações obtidas por Choi e Okos (1986), para cada componente. Com isso, o calor específico é determinado em função da fração mássica de cada componente (Equação).

$$C_{p,proteína} = 2,0082 + 1,2089 \times 10^{-3} T_{fc} - 1,3129 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (A.7)$$

$$C_{p,lipídio} = 1,9842 + 1,4733 \times 10^{-3} T_{fc} - 4,8008 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (A.8)$$

$$C_{p,carboidratos} = 1,5488 + 1,9625 \times 10^{-3} T_{fc} - 5,9399 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (A.9)$$

$$C_{p,cinzas} = 1,0926 + 1,8896 \times 10^{-3} T_{fc} - 3,6817 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (A.10)$$

$$C_{p,\acute{a}gua} = 4,1762 - 9,0864 \times 10^{-5} T_{fc} + 5,4731 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (A.11)$$

$$C_{p,fc} = \sum (C_{p_n} X_n^w) \quad (A.12)$$

A.3 Estimativa da Condutividade Térmica dos Frutos de Café

A partir dos modelos matemáticos propostos abaixo, determinou-se a condutividade térmica dos frutos de café, por componente, em função da temperatura (CHOI e OKOS, 1986).

$$K_{proteína} = 1,7881 \times 10^{-1} + 1,1958 \times 10^{-3} T_{fc} - 2,7178 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (\text{A.13})$$

$$K_{lipídio} = 1,8071 \times 10^{-1} - 2,760 \times 10^{-3} T_{fc} - 1,7749 \times 10^{-7} T_{fc}^2 \quad (\text{A.14})$$

$$K_{carboidratos} = 2,0141 \times 10^{-1} + 1,3874 \times 10^{-3} T_{fc} - 4,3312 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (\text{A.15})$$

$$K_{cinzas} = 3,2962 \times 10^{-1} + 1,4011 \times 10^{-3} T_{fc} - 2,9069 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (\text{A.16})$$

$$K_{água} = 5,7109 \times 10^{-1} + 1,7625 \times 10^{-3} T_{fc} - 6,7036 \times 10^{-6} T_{fc}^2 \quad (\text{A.17})$$

A condutividade térmica pode ser calculada em função da fração volumétrica de cada componente, conforme:

$$K_{fc} = \sum K_n X_n^V \quad (\text{A.18})$$

sendo:

$$X_n^V = \frac{X_n^w}{\rho_n \sum (X_n^w / \rho_n)} \quad (\text{A.19})$$

APÊNDICE B

B.1 Métodos dos Resíduos Ponderados

Grande parte dos problemas de simulação numérica em Engenharia Química envolve a solução de equações diferenciais ordinárias não-lineares. Dentro desta categoria podemos distinguir dois tipos de problemas: problemas de valor inicial (PVI) e problemas de valor de contorno (PVC) (STEFFANI, 1993). Para este último tipo, entre os métodos utilizados para sua solução estão os métodos dos resíduos ponderados. Segundo Finlayson (1980), o melhor deles é o método de colocação ortogonal.

Método de Galerkin

O método de Galerkin é um caso particular do método dos resíduos ponderados, no qual as funções de ponderação são as mesmas que as funções de aproximação.

Este método aproxima a solução de um dado conjunto de equações diferenciais e de suas condições de contorno pela substituição nelas de uma ou mais funções de verificação, as quais, em princípio, satisfazem às condições de contorno. Como as funções de verificação são, em geral, diferentes da solução exata, o conjunto das equações produz alguns resíduos. Esses resíduos são então ponderados pelos modos de solução aproximada e feitos iguais a zero, sobre o domínio (AMARAL, 2006).

O método de Galerkin é um dos métodos de resíduos ponderados que necessitam de determinações de integrais. Uma das abordagens mais utilizadas para a resolução destas integrais é através da aproximação por quadratura numérica (FINLAYSON, 1972). De forma que:

$$\int_0^1 W(x) F(x) dx \sim \sum_{j=1}^M w_j F(x_j) \quad (\text{B.1})$$

sendo W a função peso e F um polinômio de grau $\leq 2M - 1$ em x .

Para a função peso, Equação (B.2), existe uma escolha ótima de pontos de quadratura (de forma que a integração seja precisa até uma potência mais elevada para x em uma expansão sem série para $F(x)$, onde esses valores x são os pontos de quadratura).

$$W(x) = x^\beta (1 - x)^\alpha \quad (\text{B.2})$$

sendo α e β os parâmetros que caracterizam os polinômios.

Os pontos ótimos de quadraturas são zeros de $P_M^{(\alpha,\beta)}(x)$, onde $P_M^{(\alpha,\beta)}(x)$ é um polinômio de grau M em x , que satisfaz a seguinte relação:

$$\int_0^1 x^\beta (1 - x)^\alpha x^j P_M^{(\alpha,\beta)}(x) dx = 0, \quad j = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (\text{B.3})$$

Observações:

- 1) A quadratura é exata quando $F(x)$ é um polinômio de grau $\leq 2M - 1$ em x . Em geral os termos em uma expansão em série de potência de $F(x)$ são corretamente integrados até o ponto x^{2M-1} (inclusive).
- 2) Propriedades:
 - a) Todas as raízes de $P_M^{(\alpha,\beta)}(x)$ são reais, distintas e $0 < x_j < 1$;
 - b) Todos os pesos w_j são reais e positivos.

A partir dessa propriedade de ortogonalidade pode-se determinar qualquer membro da família de polinômios, e com a padronização:

- I. O coeficiente independente de x em $P_M^{(\alpha,\beta)}(x)$ é igual a $+1$ ou -1 de acordo com a paridade do grau do polinômio, isto é, $(-1)^M$.
- II. O coeficiente de x^M em $P_M^{(\alpha,\beta)}(x)$ é igual a 1.

Uma das maneiras mais simples de se gerar os polinômios é utilizar as seguintes relações:

Padronização I:

$$P_M^{(\alpha,\beta)}(x) = \sum_{i=0}^M (-1)^{M-i} \gamma_0^{(M)} x^i, \text{ com } \gamma_0^{(M)} = 1, \quad \text{para todo } M \geq 0. \quad (\text{B.4})$$

e,

$$\gamma_i^{(M)} = \frac{(M+1-i)(M+i+\alpha+\beta)}{i(i+\beta)} \gamma_{i-1}^{(M)}, \quad i = 1, 2, \dots, M \text{ com } \gamma_0^{(M)} = 1, \forall M \quad (\text{B.5})$$

Padronização II:

$$p_{-1}^{(\alpha, \beta)}(x) = 0, p_1^{(\alpha, \beta)}(x) = 1 \quad (\text{B.6})$$

$$g_1(\alpha, \beta) = \frac{\beta + 1}{\alpha + \beta + 2} \quad (\text{B.7})$$

$$g_i(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{(\alpha^2 - \beta^2)}{(2i + \alpha + \beta - 1)^2 - 1} \right], \text{ para } i > 1 \quad (\text{B.8})$$

$$h_1(\alpha, \beta) = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$h_2(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha + 1)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)^2(\alpha + \beta + 3)} \quad (\text{B.10})$$

$$h_i(\alpha, \beta) = \frac{(i-1)(i-1+\alpha)(i-1+\beta)(i-1+\alpha+\beta)}{(2i+\alpha+\beta-1)(2i+\alpha+\beta-2)^2(2i+\alpha+\beta-3)}, \text{ para } i > 2 \quad (\text{B.11})$$

Sob o ponto de vista computacional a Padronização (II) oferece vantagens em relação Padronização (I), uma vez que diminui os erros de truncamento e possibilita a determinação da primeira derivada do polinômio. Facilitando assim a determinação de métodos como o de Newton-Raphson, para se encontrar as raízes do polinômio.

Método de Colocação Ortogonal

Para se trabalhar com o método de colocação ortogonal é necessário escolher-se os polinômios ortogonais para a função tentativa. Normalmente são utilizadas três formulações para a função de aproximação $y_N(x)$ (VILLADSEN E MICHELSEN, 1978).

$$y_N(x) = \sum_{j=1}^N a_j x^j \quad (\text{B.12})$$

$$y_N(x) = \sum_{j=1}^N b_j P_j(x) \quad (\text{B.13})$$

$$y_N(x) = \sum_{j=1}^{N+1} y_j l_j(x) \quad (\text{B.14})$$

sendo l_j o polinômio interpolador de Lagrange (Equação X),

$$l_j = \frac{p_{N+1}(x)}{(x - x_j)p_{N+1}^{(1)}(x)} \quad (\text{B.15})$$

e, $p_{N+1}(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{N+1})$ é o polinômio de grau $N+1$ com o coeficiente do termo de maior ordem igual a 1 (chamado de polinômio nodal), e x_j são os $N+1$ pontos de interpolação e y_j são as ordenadas desses pontos. Outra formulação utilizada para l_j é dada por:

$$l_j = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N+1} \frac{(x - x_i)}{(x_j - x_i)} \quad (\text{B.16})$$

É fácil verificar que os polinômios interpoladores de Lagrange satisfazem a seguinte propriedade:

$$l_j(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } j = i \\ 0, & \text{se } j \neq i \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

Esta propriedade torna a fórmula interpoladora de Lagrange extremamente conveniente para uso conjunto com a técnica de ponderação de resíduos por colocação (PINTO e LAGE, 1997).

Na utilização das funções de aproximação para a resolução de equações diferenciais ordinárias (PVC) exige-se que sejam desenvolvidas as derivadas das funções de aproximação. Nesse caso, tem-se que derivar-se os polinômios interpoladores de Lagrange.

$$\frac{dy_N(x)}{dx} = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{dl_j(x)}{dx} y(x_j) \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{d^2 y_N(x)}{dx^2} = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{d^2 l_j(x)}{dx^2} y(x_j) \quad (\text{B.19})$$

para o estudo em questão, é mais interessante calcular as derivadas das funções de aproximação nos pontos de colocação, assim:

$$\frac{dy_N(x_i)}{dx} = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{dl_j(x_i)}{dx} y_j \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{d^2 y_N(x_i)}{dx^2} = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{d^2 l_j(x_i)}{dx^2} y_j \quad (\text{B.21})$$

Como necessita-se de derivadas de várias ordens pode-se gerar as seguintes expressões para $l_j^{(k)}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, N + 1$; $j = 1, 2, \dots, N + 1$.

Assim, após manipulação matemática, tem-se:

$$\left. \begin{aligned} l_j^{(1)}(x_i) &= \frac{1}{2} \frac{p_{N+1}^{(2)}(x_i)}{p_{N+1}^{(1)}(x_i)} \\ l_j^{(2)}(x_i) &= \frac{1}{3} \frac{p_{N+1}^{(3)}(x_i)}{p_{N+1}^{(1)}(x_i)} \end{aligned} \right\} i = j \text{ e} \quad \left. \begin{aligned} l_j^{(1)}(x_i) &= \frac{1}{(x_i - x_j)} \frac{p_{N+1}^{(1)}(x_i)}{p_{N+1}^{(1)}(x_j)} \\ l_j^{(2)}(x_i) &= 2 l_j^{(1)}(x_i) \left[l_i^{(1)}(x_i) - \frac{1}{x_i - x_j} \right] \end{aligned} \right\} j \neq i \quad (\text{B.22})$$

Com isso todos os coeficientes de $l_j^{(1)}(x_i)$ e $l_j^{(2)}(x_i)$ podem ser calculados com $p_{N+1}^{(1)}(x_i)$, $p_{N+1}^{(2)}(x_i)$ e $p_{N+1}^{(3)}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, N + 1$, sendo estes definidos da seguinte forma:

$$p_0(x) = 1 \quad (\text{B.23})$$

$$p_j(x) = (x - x_j) p_{j-1}(x); \quad j = 1, 2, \dots, N + 1 \quad (\text{B.24})$$

$$p_j^{(1)}(x) = (x - x_j) p_{j-1}^{(1)}(x) + p_{j-1}(x) \quad (\text{B.25})$$

$$p_j^{(2)}(x) = (x - x_j) p_{j-1}^{(2)}(x) + 2 p_{j-1}^{(1)}(x) \quad (\text{B.26})$$

$$p_j^{(3)}(x) = (x - x_j) p_{j-1}^{(3)}(x) + 3 p_{j-1}^{(2)}(x) \quad (\text{B.27})$$

$$p_0^{(1)}(x) = p_0^{(2)}(x) = p_0^{(3)}(x) = 0 \quad (\text{B.28})$$

O vetor derivadas fica da seguinte forma:

$$Y^{(1)} = \left[\frac{dy_N(x_1)}{dx}, \frac{dy_N(x_2)}{dx}, \dots, \frac{dy_N(x_N)}{dx}, \frac{dy_N(x_{N+1})}{dx} \right]^T \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{d}{dx}(Y) = A Y \quad (\text{B.30})$$

sendo:

$$A = \left\{ a_{ij} = \frac{dl_j(x_i)}{dx}; \quad i, j = 1, 2, \dots, N, N + 1 \right\} \quad (\text{B.31})$$

e analogamente:

$$Y^{(2)} = \left[\frac{d^2 y_N(x_1)}{dx^2}, \frac{d^2 y_N(x_2)}{dx^2}, \dots, \frac{d^2 y_N(x_N)}{dx^2}, \frac{d^2 y_N(x_{N+1})}{dx^2} \right]^T \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(Y) = B Y \quad (\text{B.33})$$

onde:

$$B = \left\{ b_{ij} = \frac{d^2 l_j(x_i)}{dx^2}; \quad i, j = 1, 2, \dots, N, N + 1 \right\} \quad (\text{B.34})$$

As matrizes A e B ($N + 1, N + 1$) são matrizes quadradas. Uma vez que os $N + 1$ pontos de interpolação são escolhidos, então todos os blocos lagrangianos $l_j(x)$ são conhecidos e conseqüentemente as matrizes A e B são obtidas.